

**UNIVERSIDADE FEDERAL DO PARANÁ**

**ROBERTO MAURO FELIX SQUARCIO**

**ANÁLISE DA CONFIABILIDADE DE OLEODUTOS CORROÍDOS  
UTILIZANDO O MÉTODO DE MONTE CARLO: UM ESTUDO DE CASO**

**CURITIBA**

**2009**

**ROBERTO MAURO FELIX SQUARCIO**

**ANÁLISE DA CONFIABILIDADE DE OLEODUTOS CORROÍDOS  
UTILIZANDO O MÉTODO DE MONTE CARLO: UM ESTUDO DE CASO**

Dissertação apresentada ao curso de Pós-Graduação em Métodos Numéricos em Engenharia, Área de Concentração em Mecânica Computacional, Departamentos de Construção Civil e de Matemática, Setores de Tecnologia e de Ciências Exatas, Universidade Federal do Paraná, como parte das exigências para a obtenção do título de Mestre em Ciências.

Orientador: Prof. Dr. Anselmo Chaves Neto

**CURITIBA**

**2009**

## **TERMO DE APROVAÇÃO**

**ROBERTO MAURO FELIX SQUARCIO**

### **ANÁLISE DA CONFIABILIDADE DE OLEODUTOS CORROÍDOS UTILIZANDO O MÉTODO DE MONTE CARLO: UM ESTUDO DE CASO**

Dissertação aprovada como requisito parcial para obtenção do grau de Mestre no curso de Pós-Graduação em Métodos Numéricos para Engenharia – Área de concentração em Mecânica Computacional, Setores de Tecnologia e Ciências Exatas da Universidade Federal do Paraná, pela seguinte banca examinadora:

**Orientador:**

---

Prof. Anselmo Chaves Neto, D. Sc.  
PPGMNE, UFPR

---

Prof. Roberto Dalledone Machado, Dr.  
Pontifícia Universidade Católica do Paraná

---

Prof. Edson José Joaquim de Souza, Dr.  
Petrobras

**Curitiba, 20 de novembro de 2009**

À Elza e Adayl.

*“... a vida não se resume a Festivais.”*

Geraldo Vandré

Sobretudo a Deus por proporcionar a capacidade de aprender e admirar.

Em especial à Lucileidi Beckmann Costa Squarcio, esposa, amiga, torcedora e incentivadora nesta constante luta.

À minha irmã, Elizabeth Cássia Félix Squarcio, pelo auxílio, apoio e conforto em todos os momentos.

Ao meu filho, Rafael Squarcio, que Deus abençoe seu futuro. Repito a ele as palavras de Raul Seixas: “... *o homem é o exercício que faz*”.

A minha filha, Larissa Squarcio, bem-vinda, herdeira da vida e que nos traga bastante alegria.

Ao Jair Antonio Costa, a Regina Beckmann Costa e ao Allan Beckmann Costa, pela constante referência.

Aos amigos, Nestor Saavedra, Evandro Maia, Paulo Roberto Fiatte, Carlos Alves Pereira, André Lavenere, pelos esclarecimentos e pelas boas conversas.

Ao Prof. Dr. Anselmo Chaves Neto, pela orientação e amizade tanto neste trabalho como na vida, através do seu exemplo. Agradeço a ele especialmente ao final deste trabalho, pela compreensão, boa vontade e paciência.

Aos professores do PPGMNE, Mildred Ballin Hecke, Adriano Scremin, Maurício F. Gobbi, José V. C. Vargas, pelas maravilhosas aulas. À Professora Maria Teresinha Arns Steiner pelo excelente trabalho em Redes Neurais.

Aos colegas, Vicente Vanhazebrouck, Sachiko Lira, Celso Yoshikazu, Luciano Araki, Marco Argenta, pelos brilhantes trabalhos e pela contribuição dada a este.

À Maristela Bandil, pelo entusiasmo com que executa seu trabalho, e meu desejo que continue a conquistar todos os objetivos de seu treinamento físico.

Aos antigos amigos da UTFPR, Germano Hambrusch, João Guimarães, Jorge Riechi, Jorge Erthal, Jucélio Pereira, Maro Guérios, Raul Erthal, Aloísio Schuitek, Daniel Hioki, Fabiano Ostapiv, José Velásquez, Ossimar Maranhão, Zely da Conceição. E anos novos, Awdrey Miquelin, Jorge Lenz, Talmi Bohn, Rodrigo Braz, João Tosin.

## RESUMO

---

*A avaliação quantitativa do risco em oleodutos submetidos à corrosão tem sido objeto de extensas pesquisas, principalmente por empresas ligadas ao setor, entre elas, a Petrobras. Este trabalho estima a pressão de falha e, conseqüentemente a probabilidade de falha, em oleodutos danificados utilizando o método de Monte Carlo e comparando os resultados obtidos com outros meios de avaliação estrutural. O método de simulação de Monte Carlo emprega sequências de números aleatórios e suas distribuições de probabilidade para estimar parâmetros de uma população. Também são apresentadas variações da técnica de simulação pura, isto é, técnicas de redução da variância e redução na quantidade de números randômicos gerados observando-se considerável ganho computacional. Conceitos de inferência estatística permitem que seja realizada a análise da variância dos resultados obtidos nesta simulação. A revisão bibliográfica também apresenta outros processos para obter-se a probabilidade de falha dos oleodutos, ou seja, modelos numéricos por Elementos Finitos e os métodos semi-empíricos, aplicados pelas normas ASME B31G, 085dL, Effective Area, RPA, PCORRC e BS-7910. Na formulação da cinemática das deformações são consideradas as características geométricas da corrosão e as especificações do material do oleoduto, isto é, a profundidade do defeito, o diâmetro da tubulação, o comprimento do defeito, a pressão do fluido, a tensão de escoamento do material do duto e a espessura da parede da tubulação. As distribuições de probabilidade que se ajustaram aos dados foram a Normal (Gaussiana) e a log-normal e a validade do ajuste foi verificada pelos testes de aderência. O programa experimental é desenvolvido em ambiente Matlab.*

**Palavras-chave:** *Oleodutos, Confiabilidade Estrutural, Probabilidade de Falha, Método de Monte Carlo.*

## ABSTRACT

---

*The quantitative evaluation of the risks involved in pipelines submitted to corrosion had become object of extensive researches, mainly by companies related to the industry, amongst them, Petrobras. This study appraises the failure pressure and, hence the failure probability in damaged pipelines through the Monte Carlo method and comparing the achieved results with other structural evaluation methods. The Monte Carlo simulation method consists on random number sequences and their subsequent probability distributions to estimate parameters of a given population. Also, pure simulation technique variation are presented, in other words, variance reduction techniques and a reduction of the amount of random numbers generated meaning substantial computational gains. Statistical inference concepts allow for a variance analysis of the results accomplished in this simulation. The bibliographical review also presents other processes to attain pipelines' failure probability, that is, numeric models for Finite Elements and the semi empirical methods applied according to ASME B31G, 085dL, Effective Area, RPA, PCORRC and BS-7910 standards. On the deformity cinematic formulation, corrosion geometrical characteristics are taken in account alongside with the pipeline material's specifications, that is, failure depth, piping diameter, failure length, fluid's pressure, duct's material flow tension and piping's wall thickness. The probability distributions adjusted to the data were Normal (Gaussian) and log-normal and the adjustment's legitimacy has been verified by the adherence tests. The experimental program is developed on a Matlab environment.*

**Keywords:** *Pipelines, Structural Reliability, Failure Probability, Monte Carlo Method.*



## LISTA DE ILUSTRAÇÕES

---

<b>Figura 1.1</b> – Malhas das instalações da Petrobras no Centro-Oeste e Sul do Brasil.....	001
<b>Figura 1.2</b> – Supervisão, Controle e Aquisição de Dados.....	002
<b>Figura 1.3</b> – Malhas das instalações da Petrobras no Paraná e Santa Catarina.....	003
<b>Figura 1.4</b> - Célula de corrosão bimetálica.....	004
<b>Figura 1.5</b> – Válvula de bloqueio.....	006
<b>Figura 1.6</b> – Exemplos de <i>pig</i> sendo inserido e retirado de um duto.....	007
<b>Figura 1.7</b> – Comparação entre os defeitos gerados e os definidos por <i>pigs</i> .....	008
<b>Figura 2.1</b> – Curva tensão x deformação para diversos tipos de aço.....	011
<b>Figura 2.2</b> – Oleoduto considerado cilindro de comprimento infinito e paredes delgadas.....	011
<b>Figura 2.3</b> – Configuração geométrica dos dutos e da corrosão.....	012
<b>Figura 2.4</b> – Representação parabólica da área longitudinal de material perdido.....	012
<b>Figura 2.5</b> - Representação retangular da área longitudinal de material perdido.....	012
<b>Figura 2.6</b> – Condições de equilíbrio para tubos cilíndricos de parede fina de comprimento infinito com extremidades fechadas submetido à pressão interna.....	013
<b>Figura 2.7</b> – Divisão do comprimento da corrosão no método <i>Effective Area</i> .....	019
<b>Figura 2.8</b> – Divisão em regiões da geometria da corrosão no método DNV.....	021
<b>Figura 2.9</b> – Combinação de defeitos interagentes no método DNV.....	022
<b>Figura 2.10</b> – <i>Burst test</i> em oleoduto de aço X100.....	023
<b>Figura 2.11</b> – Corpo de prova em ensaios de corrosão artificial.....	024
<b>Figura 2.12</b> – Detalhe da malha de defeito profundo (80% da espessura) em PIPEFLAW.....	027
<b>Figura 2.13</b> – Exemplo de Distribuição Normal Padrão.....	033
<b>Figura 2.14</b> – Exemplo de uma curva característica de operação.....	041
<b>Figura 2.15</b> – Comportamento dos erros $\alpha$ e $\beta$ em função do tamanho da amostra.....	042
<b>Figura 2.16</b> – Curva de força do teste sendo $\alpha$ e $\sigma^2$ fixados.....	042
<b>Figura 2.17</b> – Região de falha e segurança separada pela função de estado limite.....	049
<b>Figura 2.18</b> – Métodos de confiabilidade FORM e SORM.....	052
<b>Figura 2.19</b> – Transformação da função de estado limite do espaço das variáveis Normais reduzidas.....	054
<b>Figura 2.20</b> – Interpretação geométrica da sensibilidade de $g(Y)$ relativa às variáveis $Y_i$ .....	055
<b>Figura 2.21</b> - Transformação de uma variável não normal numa variável normal reduzida....	057

<b>Figura 2.22</b> – Curvas de frequências acumuladas.....	064
<b>Figura 2.23</b> – Exemplo da variação da estimativa da probabilidade de falha e do coeficiente de variação com o número de simulações.....	065
<b>Figura 2.24</b> – Amostragem por importância em torno do ponto de dimensionamento, no espaço das variáveis normais reduzidas.....	067
<b>Figura 2.25</b> – Amostragem estratificada - Método do Hipercubo Latino.....	069
<b>Figura 2.26</b> – Histograma e gráfico QQ-plot para SRS e LHS.....	069
<b>Figura 2.27</b> – Esquema de geradores de números Reais e Inteiros em C e Fortran.....	072
<b>Figura 2.28</b> – Sequência de baixa discrepância ou Quase-Monte Carlo (QMC) em base 2 de Van der Corput.....	073
<b>Figura 3.1</b> – Interface para geração de números randômicos no MATLAB.....	081
<b>Figura 3.2</b> – Algoritmo de Monte Carlo para Oleodutos Corroídos.....	083
<b>Figura 4.1</b> – Tempo de geração em função do número de iterações no MATLAB.....	087
<b>Figura 4.2</b> – Refinamento da variável $d_0$ com o número randômico em MATLAB.....	088
<b>Figura 4.3</b> – Refinamento da variável $D$ com o número randômico em MATLAB.....	088
<b>Figura 4.4</b> – Refinamento da variável $L_0$ com o número randômico em MATLAB.....	088
<b>Figura 4.5</b> – Refinamento da variável $Pa$ com o número randômico em MATLAB.....	089
<b>Figura 4.6</b> – Refinamento da variável $t_{esc}$ com o número randômico em MATLAB.....	089
<b>Figura 4.7</b> – Refinamento da variável $t$ com o número randômico em MATLAB.....	089
<b>Figura 4.8</b> – Refinamento da variável $Rd$ com o número randômico em MATLAB.....	090
<b>Figura 4.9</b> – Refinamento da variável $Ra$ com o número randômico em MATLAB.....	090
<b>Figura 4.10</b> – Pressão de Falha pelo MMC Simples.....	091
<b>Figura 4.11</b> – Função de Falha pelo MMC Simples.....	092
<b>Figura 4.12</b> – Probabilidade de Falha pelo MMC Simples.....	092
<b>Figura 4.13</b> – Confiabilidade pelo MMC Simples.....	092
<b>Figura 4.14</b> – Índice de Confiabilidade pelo MMC.....	093
<b>Figura 4.15</b> – Coeficiente de Variação pelo MMC.....	093
<b>Figura 4.16</b> – Valores da variância para 1.000 iterações.....	095
<b>Figura 4.17</b> – Valores da variância para 10.000 iterações.....	095
<b>Figura 4.18</b> – Valores da variância para 40.000 iterações.....	096
<b>Figura 4.19</b> – Valores da variância para 100.000 iterações.....	096

## LISTA DE TABELAS

---

<b>Tabela 2.1</b> – Faixa de aplicação do método <i>Effective Area</i> .....	019
<b>Tabela 2.2</b> – Geometria dos corpos de prova e pressões de falha por Choi et al (2003) .....	028
<b>Tabela 2.3</b> – Resultados das análises numéricas de Choi et al (2003).....	029
<b>Tabela 2.4</b> – Dados apresentados por Choi et al (2003), para formato elíptico da corrosão....	030
<b>Tabela 2.5</b> – Estimação de parâmetros para o método dos momentos.....	039
<b>Tabela 2.6</b> – Avaliação das frequências esperadas em um teste de aderência.....	045
<b>Tabela 3.1</b> – Variáveis aleatórias e seus parâmetros usados por Ahammed et al (1996).....	075
<b>Tabela 3.2</b> – Índice de confiabilidade e probabilidade de falha obtida por <i>FORM</i> .....	077
<b>Tabela 3.3</b> – Fatores de importância obtidos por FORM, Vanhazebrouck (2008).....	078
<b>Tabela 3.4</b> – Fatores de importância obtidos por FORM, Ahammed (1996).....	079
<b>Tabela 4.1</b> – Média das variáveis em função do número de iterações, no MATLAB.....	086
<b>Tabela 4.2</b> – Tempo de processamento do programa e as variáveis aleatórias.....	087
<b>Tabela 4.3</b> – Tempo de processamento do programa e o número de iterações.....	087
<b>Tabela 4.4</b> – Variações da Pressão de Falha, Função de Estado Limite, Probabilidade de Falha e Confiabilidade, no MATLAB.....	091
<b>Tabela 4.5</b> – Estimativa do número de iterações em função da resolução pretendida.	093
<b>Tabela 4.6</b> – Estimativa da Probabilidade de Falha conforme o número de iterações e para <i>Format Long</i> e <i>Format Long e</i> .....	094
<b>Tabela 4.7</b> – Estimativa da variância com o número de iterações e o tempo.....	095
<b>Tabela A.1</b> – Procedimentos brasileiros para pintura de proteção à corrosão.....	106
<b>Tabela A.2</b> – Normas brasileiras para proteção por zincagem.....	106
<b>Tabela A.3</b> – Normas brasileiras para procedimentos de proteção por revestimento.....	106

## LISTA DE ABREVIATURAS E SIGLAS

---

ABAQUS	Software comercial
ABRACO	Associação Brasileira de Corrosão
AEF	Análise por Elementos Finitos
API	<i>American Petroleum Institute</i>
ASME	<i>American Society of Mechanical Engineers</i>
CCO	Curva Característica de Operação
DNV	<i>Det Norske Veritas</i>
FEASYP	<i>Fast Finit Element Assessment Service Integrity</i>
FORM	<i>First Order Reliability Method</i>
FOSM	<i>First Order Second Moment Reliability Method</i>
LHS	<i>Latin Hypercube Sampling</i>
MATLAB	MATrix LABoratory
MCMC	Monte Carlo via cadeias de <i>Markov</i>
MEF	Método dos Elementos Finitos
MPC	<i>Multi-Point Constraints</i>
PATRAN	Processor for CAD Simulation
PCORRC	<i>Equation for Remaining Strength of Corrosion Defects</i>
PETROBRAS	Petróleo Brasileiro S/A
REPAR	Refinaria Presidente Getúlio Vargas.
RPA	<i>Rectangular Parabolic Area</i>
RPF101	<i>Recommended Practice Corroded Pipelines</i>
RSTRENG	Software comercial
SCADA	<i>Supervisory Control And Data Acquisition</i>
SORM	<i>Second Order Reliability Method.</i>
SRS	<i>Simple Random Sampling</i>
TRANSPETRO	Petrobras Transporte S.A
UMVU	Estimador não viciado uniformemente de mínima Variância

## LISTA DE SÍMBOLOS

---

$P_a$	Pressão interna
$\sigma_{circ}$	Tensão circunferencial do duto
$\sigma_{rup}$	Tensão de ruptura do material do duto
$P_{rup}$	Pressão de ruptura do duto obtida em resultados analíticos
$D$	Diâmetro externo do duto
$L$	Comprimento da corrosão
$t$	Espessura da parede do duto
$c$	Largura da corrosão
$d$	Profundidade da corrosão
$A$	Área corroída em qualquer instante
$A_0$	Área original da região corroída
$f_r$	Fator de redução baseado nas características geométricas
$M$	Fator dilatação de Folias
$\sigma_{flow}$	Tensão de fluência no material do duto
$\sigma_{esc}$	Tensão de escoamento do material do duto
$\alpha$	Fator empírico da geometria do defeito de corrosão
$f_c$	Fator de segurança
$f_{c1}$	Fator de modelagem
$f_{c2}$	Fator de projeto
$R$	Taxa de crescimento do defeito por corrosão
$\Delta d$	Diferença entre medidas de profundidade da corrosão
$\Delta T$	Diferença de tempo entre duas medidas
$s_i$	Distância entre dois defeitos de corrosão
$\sigma_u$	Tensão última do material do duto
$P_{AEF}$	Pressão de ruptura obtida por Choi utilizando Elementos Finitos
$P_{ENSAIO}$	Pressão de ruptura obtida por Choi experimentalmente
$C_0, C_1, C_2$	Constantes obtidas por regressão na formulação de Choi
$\Omega$	Espaço de Probabilidades
$U$	Sigma-algebra
$f_p$	Função de Probabilidades
$f_{dp}$	Função Densidade de Probabilidades
$\mu$	Estimador da média das variáveis aleatórias
$\sigma$	Desvio padrão
$\Phi (-)$	Distribuição normal padronizada

$\lambda_x$	Média da distribuição lognormal
$\xi_x$	Variância da distribuição lognormal
$E(-)$	Primeiro Momento – Esperança Matemática
$V(-)$	Segundo Momento - Variância
$S(X)$	Estimador não-viciado da Variável Padrão
$COV$	Covariância
$CV$	Coeficiente de Variação
$\underline{\theta}$	Vetor de Parâmetros (População)
$M_j$	Momentos ordinários da amostra
$H_0$	Hipótese nula
$H_1$	Hipótese alternativa
$t-$	Teste $t$ -Student
$\chi$	Teste Qui-quadrado
$F_{0i}$	Frequências observadas na amostra
$F_{ei}$	Frequências observadas na amostra
$K$	Número de eventos
$\rho$	Coeficiente de Correlação
$\varepsilon_i$	Parte estocástica do método mínimos quadrados
$\delta$	Função indicadora
$\alpha$	Probabilidade de ocorrer Erro do Tipo I
$SQE$	Soma dos Quadrados dos Erros
$Z$	Função de Estado Limite
$\underline{R}$	Variável aleatória Resistência
$\underline{S}$	Variável aleatória Solicitação
$p_f$	Probabilidade de Falha
$\beta$	Índice de confiabilidade, ou probabilidade de ocorrer erro do Tipo II
$T$	Matriz ortogonal
$v_i$	Componentes do vetor normal
$r_i$	Cossenos diretores do vetor normal unitário
$FI_i$	Fator de Importância
$w_i$	Funções pesos em reamostragem por importância
$I$	Integral definida pelo Valor Esperado
$N$	Número de simulações
$r_N$	Recorrência para geração de números aleatórios
$R_d$	Taxa de corrosão radial
$R_L$	Taxa de corrosão longitudinal
$P_f$	Pressão de falha

# SUMÁRIO

---

<b>1 – Introdução.....</b>	<b>001</b>
1.1 – O Sistema de Produção e Transporte de Petróleo e Derivados no Brasil e no Paraná.....	002
1.2 – Justificativa.....	004
1.3 – O Problema.....	006
<b>2 – Fundamentação Teórica.....</b>	<b>009</b>
<b>2.1 – Métodos Semi-Empíricos para Análise de Oleodutos Corroídos.....</b>	<b>010</b>
2.1.1 – Fundamentação Física.....	012
2.1.2 – Os Métodos Semi-Empíricos.....	015
2.1.2.1 – Método ASME B31G.....	017
2.1.2.2 – Método 085dL ou B31G Modificado – Programa RSTRENG.....	018
2.1.2.3 – Método Effective Area – Programa RSTRENG.....	019
2.1.2.4 – Método RPA ou 085dL Modificado.....	020
2.1.2.5 – Método PCORRC ou Battelle.....	020
2.1.2.6 – Método DNV RP-F101 ou BS-7910.....	021
<b>2.2 – Métodos Experimentais e Elementos Finitos na Análise de Oleodutos Corroídos.....</b>	<b>023</b>
2.2.1 – Defeitos de Corrosão Artificiais e Reais.....	024
2.2.2 – Revisão Bibliográfica.....	025
2.3.1 – Ensaio de Choi et al, 2003.....	028
<b>2.3 – Inferência Estatística.....</b>	<b>031</b>
2.3.1 – Conceitos Fundamentais.....	032
2.3.1.1 - Variável Aleatória.....	032
2.3.1.2 – Função de Probabilidade e Função Densidade de Probabilidade.....	032
2.3.1.3 – Distribuição de Probabilidade Normal (Gaussiana).....	033
2.3.1.4 – Distribuição de Probabilidade Lognormal.....	034
2.3.1.5 – Esperança e Variância de Uma Variável Aleatória.....	035
2.3.2 – Estimação.....	037
2.3.2.1 – Estimação por Pontos.....	037
2.3.2.2 – Métodos de Estimação.....	038
2.3.2.3 – Intervalos de Confiança.....	040

2.3.3 – Testes de Hipóteses.....	041
2.3.3.1 – Teste de hipótese para a Média da Distribuição Normal.....	043
2.3.3.2 – Testes de Hipóteses para a Variância da Distribuição Normal .....	043
2.3.3.3 – Testes de Hipóteses que Envolvem Médias de Dois Grupos.....	044
2.3.4 – Testes de Adequação ao Ajustamento e Teste de Aderência.....	045
2.3.5 – Regressão Linear e Não-Linear.....	046
2.3.5.1 – Regressão Linear.....	046
2.3.5.2 – Regressão Não-Linear.....	047
<b>2.4 – Métodos de Confiabilidade na Análise de Oleodutos Corroídos.....</b>	<b>048</b>
2.4.1 – Métodos de Confiabilidade de Primeira Ordem Segundo Momento ( <i>FOSM</i> ).....	051
2.4.2 – Método de Confiabilidade de Primeira Ordem ( <i>FORM</i> ).....	057
<b>2.5 - O Método de Monte Carlo.....</b>	<b>059</b>
2.5.1 – Técnica de Simulação Pura.....	064
2.5.2 – Técnicas de Redução da Variância.....	066
2.5.2.1 – Monte Carlo associado a Amostragem por importância.....	066
2.5.2.2 – Amostragem estratificada.....	068
2.5.3 – Métodos de Reamostragem.....	070
2.5.3.1 – Método de Rejeição.....	070
2.5.3.2 – Reamostragem Ponderada.....	070
2.5.4 – Números Aleatórios.....	071
<b>3 - Material e Métodos.....</b>	<b>075</b>
3.1 – Programação em MATLAB.....	080
3.2 - Algoritmo em MATLAB.....	082
3.3 - Programa em MATLAB.....	084
<b>4 – Resultados e Discussão.....</b>	<b>086</b>
4.1 – Observações a Respeito dos Dados no MATLAB.....	086
4.2 - Resultados Obtidos sobre os Efeitos da Corrosão no Oleoduto pelo Método de Monte Carlo.....	091
4.3 – Análise da Variância.....	095
<b>5 - Conclusão.....</b>	<b>097</b>



# 1 – INTRODUÇÃO

Uma estrutura de abastecimento de petróleo e derivados interliga três pontos distintos: as fontes de produção, as refinarias e os centros de consumo. No Brasil, em 2008, foram transportados 670 milhões m<sup>3</sup>/dia de petróleo, derivados e álcool e 46 milhões de m<sup>3</sup>/dia de gás. Este abastecimento é feito através de várias modalidades de transporte, entre elas se encontram os oleodutos e gasodutos.

Os dutos, quando comparados a outros meios, têm apresentado resultados bastante satisfatórios, sendo o meio de transporte preferencial tanto para atender o abastecimento das refinarias como para suprir a necessidade dos grandes centros consumidores de derivados. A **Figura 1.1** ilustra a distribuição do sistema de transporte de derivados do petróleo na região centro-sul do Brasil.



**Figura 1.1** – Malhas das instalações da Petrobras no Centro-Oeste e Sul do Brasil

**Fonte:** (Transpetrosite..., 2009)

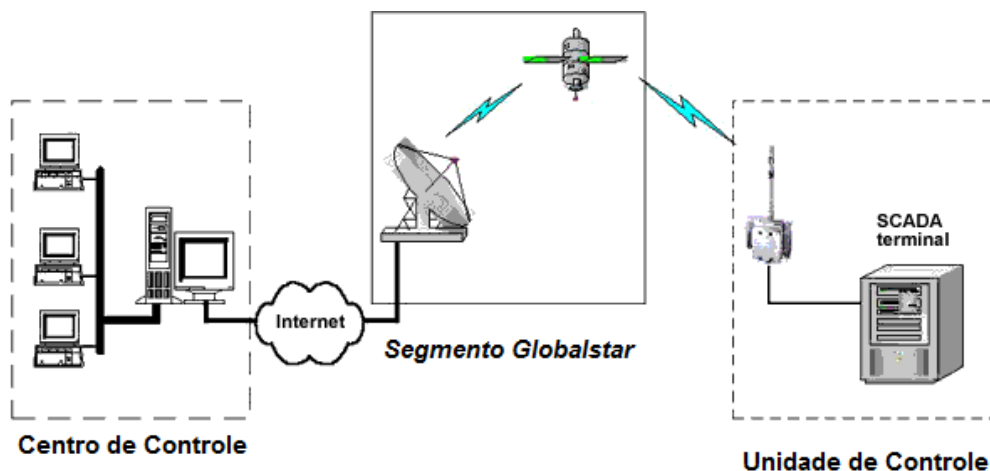
## 1.1 - O SISTEMA DE PRODUÇÃO E TRANSPORTE DE PETRÓLEO E DERIVADOS NO BRASIL E PARANÁ

---

A Petrobras Petróleo Brasileiro S/A é uma estatal, de economia mista, que atua na exploração, produção, refino, comercialização e transporte de petróleo e seus derivados no Brasil e no exterior. Em dados referentes ao ano de 2008 a Petrobras obteve uma receita líquida de R\$ 215.118 milhões, contando com uma produção diária de 2.175.896 barris por dia e mais de 24.000 km de dutos (TRANSPETROSITE, 2009).

A empresa subsidiária da Petrobras responsável pelas atividades de transporte e armazenamento é a Petrobras Transporte S.A – TRANSPETRO que opera com uma frota de 54 navios, 11 mil quilômetros de malha dutoviária e 45 terminais terrestres e aquaviários.

Todas as operações de transporte dutoviário são monitoradas em tempo real e os detalhes da movimentação dos produtos líquidos derivados de petróleo, álcool e gás interagem por meio de telecomandos. A tecnologia é conhecida pela sigla SCADA (*Supervisory Control And Data Acquisition*) e permite identificar anomalias nos dutos, bem como fazer a distribuição dos produtos de forma mais rápida e precisa (Tnpetroleo..., 2009). A **Figura 1.2** ilustra este sistema.



**Figura 1.2–** Supervisão, Controle e Aquisição de Dados  
**Fonte:** (TBG..., 2009)

No Paraná, a Refinaria Presidente Vargas, REPAR, em Araucária, começou a ser construída em 1973 e entrou em operação em 27 de maio de 1977. Atualmente está interligada por dois terminais marítimos e três oleodutos. Um deles, o terminal marítimo de São Francisco do Sul, situado no litoral de Santa Catarina, recebe petróleos nacionais e importados, com capacidade de transporte de até 1.500 m<sup>3</sup> de petróleo/dia.

Já o terminal marítimo e oleoduto de Paranaguá, no litoral paranaense, exercem o papel regulador, deslocando os excedentes de derivados de petróleo produzidos pela REPAR para outras regiões do país e exportando-os para países da África, da América Latina e para os Estados Unidos.

A REPAR responde sozinha por 21,9% de todo o ICMS arrecadado no Paraná, garantindo o repasse, em 2006, de mais de um US\$ 1 bilhão em ICMS ao estado (AGENCIA NOTÍCIAS GOVERNO DO PARANÁ..., 2009) e tem consolidado o município de Araucária como o segundo do Paraná em arrecadação. A **Figura 1.3** amplia a situação da malha dutoviária na região sul e sudeste do país.

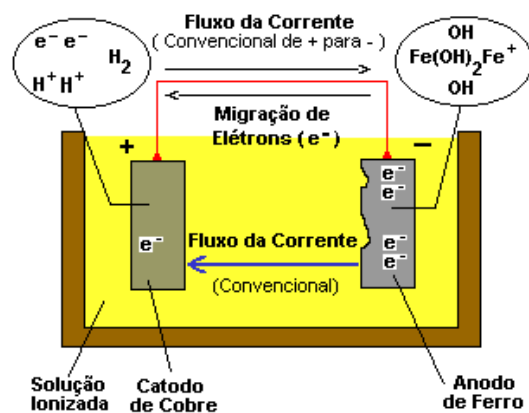


**Figura 1.3** – Malhas das instalações da Petrobras no Paraná e Santa Catarina  
**Fonte:** (Transpetrosite..., 2009)

## 1.2 – JUSTIFICATIVA

Para a *American Petroleum Institute* (API..., 2000), a corrosão é a deterioração e perda de um material devido à reação química, onde a produção de íons e elétrons origina um potencial de eletrodo que depende da natureza do metal e da natureza da solução. O eletrodo que fornece os elétrons para o circuito externo é denominado ânodo, enquanto que o eletrodo que recebe elétrons do circuito externo é chamado catodo.

O mecanismo da corrosão galvânica ocorre quando o excesso de elétrons faz com que o equilíbrio entre eles seja alterado. Essa reação remove parte dos elétrons do eletrodo de ferro e continuam a ocorrer espontaneamente, dissolvendo o metal do ânodo e produzindo hidrogênio no catodo conforme mostra a **Figura 1.4**.



**Figura 1.4** - Célula de corrosão bimetálica  
**Fonte:** (ABRACO..., 2009)

Van Vlack (1970, p. 339) afirma que a corrosão pode ser completamente evitada se os materiais e as vizinhanças forem uniformes e sem heterogeneidades, quer em composição, quer em estrutura. Embora seja impossível atingir essas condições, é possível minimizar seus efeitos, o que implica em aumento da vida do produto.

Na tentativa de atingir este estado, o anexo I apresenta algumas normas brasileiras, aplicáveis a oleodutos, para proteção por pintura, zincagem e revestimento.

Uma superfície pintada é um exemplo de camada protetora porque isola o metal do eletrólito corrosivo. Mas as camadas orgânicas causam problemas se usadas em temperaturas elevadas. No Brasil, a NBR 7011/1981 disponibiliza o método de ensaio de corrosão atmosférica para metal revestido por pintura.

Na associação de materiais, o metal com maior potencial de eletrodo atua como ânodo. Por exemplo, em chapas de aço galvanizado a camada de zinco protege o ferro. Por outro lado, estanho em uma chapa de aço só protege se a superfície estiver completamente coberta. Em soldas pode ocorrer corrosão em virtude desta diferença.

Superfícies prateadas, niqueladas ou cobreadas também são resistentes à corrosão e podem ser depositados por imersão à quente em banhos metálicos líquidos. Ramirez et al (2007), em seu estudo sobre caracterização estrutural de aço API 5L-X80, afirma que, um aço contendo cromo é resistente à corrosão em condições oxidantes, entretanto, na ausência de oxigênio, a reação de corrosão pode vir a ocorrer. Também se pode usar como camadas protetoras materiais cerâmicos inertes ou esmaltes vítreos à base de óxidos.

Os inibidores de corrosão provocam a diminuição na velocidade de corrosão através da absorção de ânions na superfície do ânodo. Estes inibidores podem ser cromados, tungstatos, fosfatos ou outros íons de elementos de transição, com alto teor de oxigênio, que são absorvidos na superfície do metal.

Os tratamentos térmicos podem afetar a velocidade da corrosão através de uma alteração na microestrutura do metal. Para temperaturas de revenido muito baixas, o aço contém uma única fase martensita. Com o aumento na temperatura do revenido, produzem-se muitas ferritas e cementitas, que a velocidade de corrosão aumenta.

Um metal de grãos finos se corrói mais facilmente que um de grãos grosseiros, pois os contornos dos grãos são atacados, ou seja, corroídos e os seus átomos passam a ter um potencial de eletrodo diferente dos átomos no interior do grão formando-se um ânodo e um catodo.

O efeito de tensões internas na corrosão se torna evidente depois de um metal ser trabalhado a frio. A parte deformada a frio atua como ânodo enquanto que a não deformada funciona como catodo.

Quando o oxigênio do ar tem acesso à superfície úmida do metal a corrosão aumenta. No entanto, a corrosão mais intensa ocorre na parte com deficiência de oxigênio sendo acelerada em lugares inacessíveis. Assim, trincas e fissuras servem como focos de corrosão.

A corrosão também é acelerada pelo acúmulo de sujeiras e outros contaminantes de superfície. A acumulação de ferrugem ou crostas de óxidos dificulta o acesso de oxigênio, formando um anodo e, portanto, aumentando a velocidade da corrosão.

## 1.3 - O PROBLEMA

---

Quando um duto apresenta um defeito por corrosão, é necessário saber se o mesmo pode continuar sendo operado normalmente ou se ele precisa ser reparado. Para isso, precisa-se saber qual a pressão interna que leva a estrutura à falha mecânica. Se o valor da pressão interna admissível para o duto corroído for menor que a pressão de serviço, faz-se necessária uma intervenção. Pode-se, então, reparar o dano, ou diminuir a pressão de serviço com conseqüente baixa na produção.

Um meio utilizado para controlar a pressão de serviço são as válvulas de bloqueio que são instaladas ao longo do duto conforme mostra a **Figura 1.5**. Estes dispositivos também permitem o isolamento automático em caso de vazamentos ou rompimento do duto.



**Figura 1.5** – Válvulas de Bloqueio  
**Fonte:** (TBG..., 2009)

Recentemente a Norma Brasileira NBR ABNT 15280-1, de 27 de agosto de 2009 estabelece que as válvulas de bloqueio devam ser instaladas a montante e a jusante das principais travessias; a válvula de jusante pode ser substituída por uma válvula de retenção, tipo portinhola.

Também estabelece que devam ser instaladas nas estações de bombeamento do duto e recomenda o seu emprego para minimizar o retorno de produto em função do perfil do terreno.

Os dutos operam sob elevadas pressões e são administrados com sistemas de controle de suas instalações. Utilizam-se, por exemplo, os *pigs*, *Pipeline Inspection Gauge*.

Os pigs são dispositivos que se destinam à limpeza e inspeção dos dutos e se desloca impulsionado pela própria vazão no duto, destinados a medição da espessura de parede ao longo do duto e identificação de pontos com redução desta espessura, causados por processo corrosivo localizado.

A grande maioria das inspeções com pig's instrumentados é realizada com equipamentos do tipo magnético, que permitem localizar com exatidão o ponto do dano por corrosão, no entanto, esse dispositivo propicia uma avaliação meramente qualitativa da gravidade do ataque corrosivo, sendo bastante interessante a medição local da espessura remanescente pelo método ultra-sônico.

Após as medições da geometria da corrosão os dados são transmitidos para interpretação e caracterização do perfil do defeito. A **Figura 1.6** mostra exemplos de *pigs* alocados em dutos.



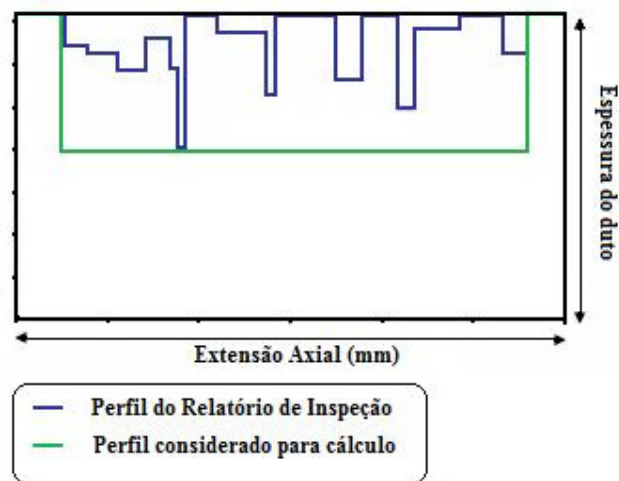
**Figura 1.6** - Exemplos de *pig* sendo inserido e retirado de um duto

**Fonte:** (Pipeway..., 2009)

No entanto, defeitos distintos localizados próximos um do outro podem ocasionar sinais com aparente interferência. Assim a profundidade do defeito é considerada como sendo a maior profundidade dos sinais e o comprimento total dos sinais é usado como sendo o comprimento do defeito, significando assim, que se trata de um defeito longo e profundo, onde na realidade existe apenas um defeito curto e profundo. Slesarev e Sukhorukov (2008) afirmam que, hoje em dia, os *pigs* são capazes de detectar defeitos muito rasos e esta transformação pode resultar num perfil de defeito extremamente conservador.



O tratamento dado as estas informações está ilustrado na **Figura 1.7**, onde se vê os defeitos representados com seção reta na forma retangular comprimento e profundidade são iguais ao máximo comprimento e profundidade do defeito. Desta maneira o defeito é tratado com um formato simplificado cujo comprimento é igual à distância da primeira até a última caixa e cuja profundidade é a maior entre elas.



**Figura 1.7** – Comparação entre os defeitos gerados e os definidos por *pigs*  
**Fonte:** Palmer-Jones et al (2002)

Neste sentido, Souza (2003) concorda que, ao receber um relatório de inspeção por *pig* instrumentado com uma lista de defeitos caracterizados sob forma e dimensão, o analista precisa ter uma metodologia para avaliá-los e saber se aquela configuração do defeito é aceitável ou não para que o duto continue operando de forma segura.

Para isso, utilizam-se normas, códigos e recomendações desenvolvidas por grandes empresas do setor como a *Det Norske Veritas* (DNV, 1999), ou são desenvolvidos procedimentos para analisar defeitos específicos.

Testes em escala real têm sido feitos para comparar as normas existentes e propor correções quando necessário. Além disso, métodos mais sofisticados estão cada vez mais sendo aplicados como meio de avaliação da resistência de dutos corroídos, entre eles, a análise numérica tridimensional, não-linear via método dos elementos finitos e análise de confiabilidade estrutural.



## 2 – FUNDAMENTAÇÃO TEÓRICA

---

Palmer-Jones et al, (2002) propuseram, no *The Pipeline Defect Assessment Manual*, a avaliação de defeitos por níveis de complexidade, que pode ser aplicado para defeitos de corrosão. Conforme referenciado em Cabral, 2007 são eles:

*“Nível 1: Normas internas de empresas operadoras ou regras práticas para aprovar ou reprovar defeitos de corrosão com informações apenas do tipo do defeito e suas dimensões.*

*Nível 2: Neste caso, é preciso conhecer o comprimento e a maior profundidade do defeito. Podemos citar métodos tais como o ASME B31.G, RSTRENG 0,85dL, RPA, DNV RP-F101 (para defeitos isolados) e BS-7910 (para defeitos isolados).*

*Nível 3: Neste nível de análise é necessário conhecer o perfil do defeito por corrosão. Os principais métodos que podem ser aplicados são o Effective Area, o DNV RP-F101 (para defeitos de geometria complexa) e norma BS 7910 (para defeitos interagentes).*

*Nível 4: Os métodos utilizados consistem em estudo e análise tridimensional não-linear de elementos finitos. Também são aplicados testes experimentais em escala real ou artificial para o problema.*

*Nível 5: São estudos e análises que requerem mais dados do duto em relação aos demais métodos. É necessário ter a distribuição estatística da geometria do defeito, das propriedades do material para quantificar as incertezas embutidas na avaliação e, quando conjugadas com a análise de risco, subsidiar a tomada de decisão em aceitar ou não um defeito. Neste nível estão inseridos os métodos de avaliação de confiabilidade estrutural de Monte Carlo e os métodos de confiabilidade de primeira ordem e segundo momento (FOSM).”*

Esse trabalho apresenta aspectos relacionados aos níveis descritos na análise de oleodutos corroídos.

## 2.1 – MÉTODOS SEMI-EMPÍRICOS PARA ANÁLISE DE OLEODUTOS

---

Cabral (2007) afirma que alguns métodos existentes para avaliação de defeitos de corrosão em dutos utilizam conceitos da mecânica do contínuo, que com a incorporação de informações empíricas, resultam em expressões analíticas. Se aplicadas dentro de seus limites de validação, essas expressões permitem estimar a pressão de ruptura de dutos com defeitos.

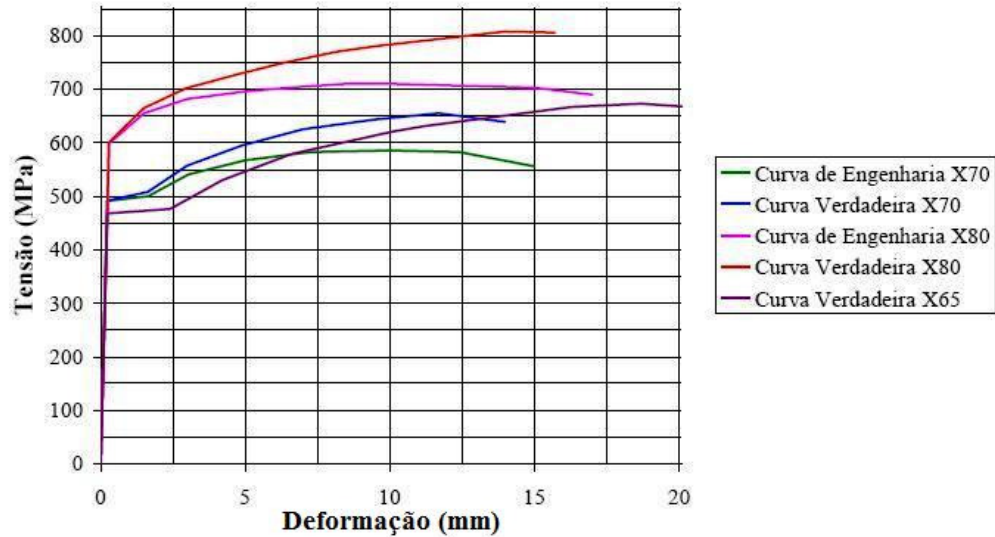
Palmer-Jones et al, (2002) lembram que estes métodos de avaliação, denominados *fitness for purpose*, devem ser abordados em conjunto com a avaliação experimental. Todos os aspectos da integridade e segurança de um duto devem ser considerados.

O material é tratado de maneira contínua e pode-se analisá-lo a partir da cinemática de seus componentes. Os deslocamentos referentes a um sistema de coordenadas podem ser observados e, para cada deslocamento consideram-se duas componentes, uma devido a movimentos relativos ou distorções na estrutura, e outra denominada movimento de corpo rígido. As deformações normais causam alongamento e as deformações cisalhantes causam rotações estruturais do material.

A partir destas considerações podem-se estimar as distribuições de tensão sobre o cilindro, sua região elástica e plástica, bem como sua tensão de ruptura.

De acordo com Lai et al, (1993), para cargas moderadas a deformação no aço causada pela aplicação destas cargas, desaparece com a remoção do carregamento. Este aspecto do material é conhecido como elasticidade. A **Figura 2.1** mostra a relação entre a aplicação do carregamento e a quantidade de deformação linear para o aço.

Segundo Hibbeler (1997), outra simplificação para a solução analítica do problema ocorre quando a espessura da parede do tubo  $t$  é pequena em relação ao seu raio interno  $r$ , de maneira que  $(r/t) \geq 10$ . Pode-se considerar o tubo como sendo de paredes finas, que são bastante usados no transporte e armazenamento de líquidos e gases.



**Figura 2.1** – Curva tensão x deformação para diversos tipos de aço isotrópicos utilizados em oleodutos

**Fonte:** Valentini (2006)

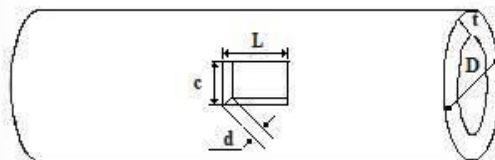
Branco (1989) mostra que, para tubos cilíndricos de parede fina de comprimento infinito, com extremidades fechadas submetido à pressão interna, a distribuição de tensões através da espessura não varia significativamente, e será assumida como sendo uniforme ou constante. A **Figura 2.2** mostra algumas linhas de dutos deixando evidente a consideração quanto ao comprimento infinito.



**Figura 2.2** – Oleoduto considerado cilindro de comprimento infinito e paredes delgadas

## 2.1.1 – FUNDAMENTAÇÃO FÍSICA

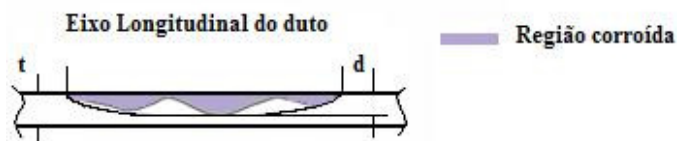
As grandezas físicas envolvidas neste trabalho são mostradas na **Figura 2.3**, considerando estudos analíticos recentemente realizados por Cabral (2007), Guimarães (2005), Souza (2003), Choi (2003), Ahammed (1997) e Vanhazebrouck (2008), para uma corrosão típica com formato retangular sobre a superfície externa do duto.



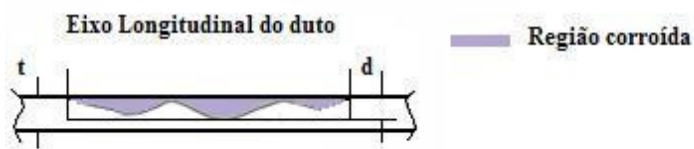
**Figura 2.3** – Configuração geométrica dos dutos e da corrosão  
**Fonte:** Choi et al (2003)

Na figura,  $D$  é o diâmetro do duto,  $L$  é o comprimento do defeito do duto,  $t$  é a espessura da parede do tubo,  $d$  é a profundidade da corrosão,  $c$  é largura da corrosão,  $A$  é a área longitudinal de material perdido e  $A_0$  é a área longitudinal original da região corroída.

A área de material perdido tem sido representada de duas formas: parabólica ou retangular. Ambas as formas estão ilustradas na **Figura 2.4** e na **Figura 2.5**.

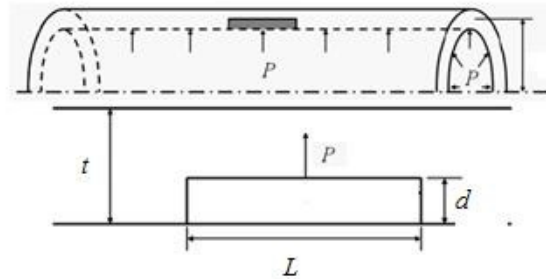


**Figura 2.4** – Representação parabólica da área longitudinal de material perdido.  
**Fonte:** Cabral (2007)



**Figura 2.5** - Representação retangular da área longitudinal de material perdido  
**Fonte:** Cabral (2007)

Palmer-Jones et al, (2002) esclarecem que a associação entre o *Battelle Memorial Institute* e a AGA (*American Gas Assotiation*) estabeleceu a equação conhecida como NG-18 *Surface Flaw Equation*. Esta solução foi estimada a partir das considerações sobre equilíbrio axial e circunferencial. A **Figura 2.6** representa estas condições para um oleoduto típico, considerando  $D$  o diâmetro do duto e  $t$  a sua espessura.



**Figura 2.6** - Condições de equilíbrio para tubos cilíndricos de parede fina de comprimento infinito com extremidades fechadas submetido à pressão interna

**Fonte:** Branco (1989)

De acordo com Vanhazebrouck (2008), para haver equilíbrio, a pressão interna  $P_a$ , deve estar igual a pressão circunferencial do oleoduto.

A tensão circunferencial,  $\sigma_{circ}$ , (*hoop stress*) é determinada pela fórmula de Barlow, que pode ser escrita como:

$$\sigma_{circ} = P_a \left( \frac{D}{2t} \right) \quad (2.1)$$

Considerando-se o estado limite, em que a pressão interna,  $P_a$ , é igual a pressão de ruptura  $P_{rup}$ , e, conseqüentemente  $\sigma_{circ} = \sigma_{rup}$ , obtém-se a seguinte igualdade:

$$P_{rup} = \sigma_{flow} \left( \frac{2t}{D} \right) \left[ \frac{1 - \frac{A}{A_0}}{1 - \frac{A}{A_0} M^{-1}} \right] \quad (2.2)$$

onde  $\sigma_{rup}$  é a tensão de ruptura do duto,  $\sigma_{flow}$  é a tensão de fluência no material e  $M$  é o fator de dilatação (*bulging factor* ou fator de Folias).

O fator  $M$  leva em consideração a influência da geometria da corrosão, na tensão circunferencial, que está sendo aplicada na região corroída. Cabe lembrar que esta geometria pode ser considerada retangular ou parabólica.

A tensão de fluência no material ( $\sigma_{flow}$ ) é proporcional a tensão de escoamento ( $\sigma_{esc}$ ) do material e assume valores conforme o método estabelecido.

A área original da região corroída é representada por  $A_0$  e a área corroída é representada por  $A$ .

A equação (2.2) mostra que a pressão de ruptura depende de três parcelas. A primeira, relacionada com as características do material ( $\sigma_{flow}$ ); a segunda, com as características geométricas do duto ( $2/t.D$ ) e a terceira, com as características do defeito ( $f_R$ ), onde chamamos:

$$f_R = \left[ \frac{1 - \frac{A}{A_0}}{1 - \frac{A}{A_0} M^{-1}} \right] \quad (2.3)$$

A equação (2.2) forma a base para os métodos tais como ASME B31G, RSTRENG 0,85dL, RPA (Benjamin & Andrade, 2003a), DNV RP-F101 (Parte B) e BS 7910 (os dois últimos, para defeitos isolados).

De acordo com o procedimento de análise por meio de níveis de complexidade proposto por Palmer-Jones et al, (2002), todos estes métodos são classificados como Nível 2. Dentre os métodos classificados como Nível 3, deve-se citar o método DNV RP-F101 para defeitos interagentes ou de geometria complexa (Parte B), RSTRENG *Effective Area*, o método WDD - Weighted Depth Difference (Cronin e Pick, 2002) e a norma BS 7910 para defeitos interagentes.

## 2.1.2 – OS MÉTODOS SEMI-EMPÍRICOS

Como mencionado anteriormente alguns dos métodos semi-empíricos encontrados na literatura são o ASME B31G, o método 085dL ou B31G modificado, o método RPA (*Rectangular Parabolic Area*) ou 085dL modificado, o DNV (*Det Norske Veritas*) ou RPF101 (*Recommended Practice RP-F101 Corroded Pipelines*) e o Battelle PCORRC.

O método que apresenta resultados mais conservadores é o B31G da ASME (1984), sobretudo para defeitos longos, podendo ser bastante antieconômico pela remoção de vários dutos ainda em perfeitas condições de operação. Esse método avalia dutos submetidos apenas à pressão interna, considerando a geometria da corrosão em formato parabólico e a tensão de falha em função apenas da tensão de escoamento do material do duto. Além disso, o método é aplicável somente quando a profundidade máxima da corrosão estiver abaixo de 80% da espessura da parede do duto.

O método 085dL utiliza o programa computacional comercial RSTRENG e oferecido pela, *Technical Toolboxes Inc.* ..., 2009. Esse programa foi introduzido por Kiefner et al, (1989), e é menos conservativo que o B31G, mas ainda assim, com as pressões máximas recomendadas abaixo das pressões de ruptura que se observam em ensaios e atuando contra a segurança para defeitos uniformemente longos e profundos. O método 085dL utiliza um formato para geometria da corrosão entre o retangular e o parabólico.

O método DNV RP-F101 surgiu de diversos ensaios experimentais da pressão interna e análise tridimensional não-linear, por Elementos Finitos, desenvolvidas pela BG *Technology* e a *Det Norske Veritas* - DNV (1999) em parceria com diversas empresas, entre elas a Petrobras. Este método admite tensões de compressão longitudinais além da compressão radial causada pela pressão interna e tem formulação única admitindo interação entre os defeitos próximos.

A partir de pesquisas realizadas na Petrobras, Benjamin e Andrade (2003) desenvolvem o RPA no intuito de melhorar o resultado quando aplicados em dutos com defeitos longos, considerando uma adaptação do método 085dL pois considera a geometria da corrosão parabólica para defeitos curtos e retangular para defeitos longos, sendo estes resultados conservadores para defeitos longos.

A maioria desses métodos não leva em consideração o comprimento circunferencial do defeito. Defeitos alinhados circunferencialmente irão se sobrepor após aplicação de alguma técnica de projeção no plano longitudinal. Nestas técnicas, apenas tensões circunferenciais devido à pressão (normal ao plano de projeção) são consideradas, sendo impossível avaliar os efeitos das tensões longitudinais devido aos carregamentos e flexão.

Para obter resultados mais realísticos em dutos feitos de aço de alta resistência, a ruptura é controlada a partir da tensão última do material como foi observada pelas pesquisas de Stephens e Leis (2000). Esses mesmos pesquisadores desenvolveram uma formulação baseada em análise de elementos finitos, chamada de PCORRC ou *Battele*.

Outros métodos de avaliação da resistência residual de dutos com defeitos de corrosão, submetidos a carregamentos de pressão interna, foram desenvolvidos através de um projeto denominado *Line Pipe Corrosion Group Project* elaborado pela *British Gas Technology* (atualmente *Advantica*). Este projeto consistiu na execução de ensaios de pressão, em escala real e dutos contendo defeitos de corrosão usinados (para simular a corrosão), incluindo defeitos isolados, defeitos interagentes com outros e defeitos de forma complexa. Durante este projeto foram também realizadas extensivas análises tridimensionais, não lineares via Elemento Finito (software comercial ABAQUS), considerando carregamento de pressão interna e material elasto-plástico. Estes estudos resultaram no desenvolvimento de um método de avaliação de defeitos de corrosão em dutos, que foi, posteriormente, incorporado no Anexo G16 da norma britânica BS-7910.



### 2.1.2.1 - MÉTODO ASME B31G

Neste modelo a tensão circunferencial no defeito no instante da ruptura é igual à tensão de escoamento média acrescida de um fator de segurança,  $\sigma_{flow} = 1,1 \cdot \sigma_{esc}$ .

O defeito é considerado curto se o seu comprimento,  $L \leq \sqrt{20 \cdot D \cdot t}$  e é considerado longo se seu comprimento  $L > \sqrt{20 \cdot D \cdot t}$ .

A área original da região corroída é calculada como  $A_0 = L_0 \cdot t$  e a área corroída, pode ser expressa por  $A = \alpha \cdot L \cdot d$ , onde,  $\alpha$  é a constante que define a forma geométrica adotada para representar a área de material perdido e  $d$  é a profundidade máxima do defeito. Neste método a área de material perdido é aproximada por uma parábola para defeitos curtos ( $\alpha = 2/3$ ) ou retangulares para defeitos longos ( $\alpha = 1$ ).

Substituindo as equações temos as expressões da pressão de ruptura para o caso de defeitos curtos e longos assim como o fator de dilatação ( $M$ ):

- i. Pressão de ruptura para defeitos curtos ( $L \leq \sqrt{20 \cdot D \cdot t}$  e  $\alpha = 2/3$ ):

$$P_{rup} = 1,1 \cdot \sigma_{esc} \cdot \left( \frac{2t}{D} \right) \cdot \left[ \frac{1 - \left( \frac{2}{3} \right) \frac{A}{A_0}}{1 - \left( \frac{2}{3} \right) \frac{A}{A_0} M^{-1}} \right] \quad (2.4)$$

- ii. Pressão de ruptura para defeitos longos ( $L > \sqrt{20 \cdot D \cdot t}$ ,  $\alpha = 1$  e  $M \rightarrow \infty$ ):

$$P_{rup} = 1,1 \cdot \sigma_{esc} \cdot \left( \frac{2t}{D} \right) \cdot \left( 1 - \frac{d}{t} \right) \quad (2.5)$$

onde,

$$M = \sqrt{1 + 0,8 \left( \frac{L^2}{D \cdot t} \right)} \quad (2.6)$$

### 2.1.2.2 - MÉTODO 085 dL OU B31G MODIFICADO – RSTRENG

Neste método, a geometria da corrosão é aproximada para um formato entre o parabólico e o retangular, traduzida por um fator de segurança igual a 0,85 introduzido na sua formulação.

Sua aplicação é limitada à corrosão em aços soldáveis de gasodutos, categorizados como aços carbono ou de alta resistência ou baixa liga de aços, e aplica-se apenas a defeitos em linhas de tubulação que dispõem de contornos suaves e baixa concentração de corrosão.

De acordo com Guimarães (2005) o método não deve ser utilizado para avaliar a resistência de outras áreas corroídas ou que sofreram qualquer tipo de tratamento térmico ou mecânico. Além disso, os critérios não são aplicáveis quando o tubo está sujeito a tensões secundárias significativas.

Assim,

- i. Para  $L \leq \sqrt{50.D.t}$  (defeitos curtos), a formulação é

$$M = \sqrt{1 + 0,6275 \frac{L^2}{D.t} + 0,003375 \left( \frac{L^2}{D.t} \right)^2} \quad (2.7)$$

- ii. Para  $L > \sqrt{50.D.t}$  (defeitos longos) temos,

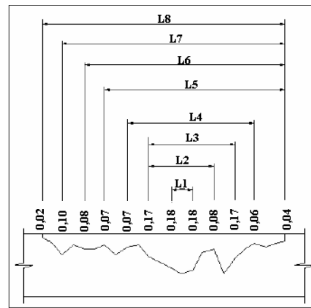
$$M = 3,3 + 0,032 \frac{L^2}{D.t} \quad (2.8)$$

E a pressão de ruptura para este método é determinada pela seguinte expressão:

$$P_{rup} = (\sigma_{esc} + 68,95 MPa) \frac{2t}{D} \left[ \frac{1 - 0,85 \left( \frac{d}{t} \right)}{1 - 0,85 \left( \frac{d}{t} \right) M^{-1}} \right] \quad (2.9)$$

### 2.1.2.3 - MÉTODO *EFFECTIVE AREA* – RSTRENG

Para Cabral (2007) o método se baseia em definir diversos defeitos de comprimentos variados ( $L_1, L_2, \dots, L_n$ ), contidos dentro do comprimento total do defeito ( $L$ ), e calcular a pressão de ruptura para cada um deles. A pressão de ruptura do defeito de comprimento total  $L$  é a menor das pressões calculadas, conforme ilustrado na **Figura 2.7**.



**Figura 2.7** – Divisão do comprimento da corrosão no método *Effective Area*

**Fonte:** Souza (2003)

A **Tabela 2.1** mostra a faixa de aplicação para este método, onde a área original da região corroída,  $A_0$ , para cada  $L_i$  é dada por  $A_0 = L_i \cdot t$ , e  $t$  é a espessura de parede do duto. A pressão de ruptura para cada defeito de comprimento  $L_i$  é:

$$P_{rup} = (\sigma_{esc} + 69 \text{ MPa}) \frac{2t}{D} \left[ \frac{1 - \left( \frac{A_i}{A_0} \right)}{1 - \left( \frac{A_i}{A_0} \right) M^{-1}} \right] \quad (2.10)$$

**Tabela 2.1** – Faixa de aplicação do método *Effective Area*

$\sigma_{flow}$		$\sigma_{esc} + 69 \text{ Mpa}$
Defeitos Curtos	$L_i$	$L_i \leq \sqrt{50 \cdot D \cdot t}$
	$\alpha$	0,85
	$M$	$M_i = \sqrt{1 + 0,6275 L_i^2 (D \cdot t)^{-1} + 0,003375 \cdot [L_i^2 (D \cdot t)^{-1}]^2}$
Defeitos Longos	$L_i$	$L_i \geq \sqrt{50 \cdot D \cdot t}$
	$\alpha$	0,85
	$M$	$M_i = 3,3 + 0,032 L_i^2 [(D \cdot t)^{-1}]$

### 2.1.2.4 - MÉTODO RPA OU 085 dL MODIFICADO

Conforme apresentado por Vanhazebrouck (2008), nesse método aplica-se o fator de segurança  $\alpha = 0,85$  para defeitos curtos, isto é,  $L \leq \sqrt{20.D.t}$  e a formulação é idêntica a do método 085dL ou B31G modificado.

Para  $L > \sqrt{20.D.t}$  os defeitos são considerados longos e  $\alpha$  tem valores variáveis que possibilitam aumentar a margem de segurança em dutos com corrosões muito compridas, tal que,

$$\alpha = 1 - 0,15 \left[ \frac{64 \times 10^6}{\left( \frac{L^2}{D.t} \right)^6} \right] \quad (2.11)$$

$$M = 2,1 + 0,07 \frac{L^2}{D.t} \quad (2.12)$$

$$P_{rup} = (\sigma_{esc} + 68,95) \frac{2t}{D} \left[ \frac{1 - \alpha \left( \frac{d}{t} \right)}{1 - \alpha \left( \frac{d}{t} \right) M^{-1}} \right] \quad (2.13)$$

### 2.1.2.5 - MÉTODO PCORRC OU *BATTELLE*

Stephens e Leis (2000) desenvolveram uma nova formulação analítica para o critério de ruptura chamada de PCORRC *Equation for Predicting the Remaining Strength of Corrosion Defects in Moderate- to High-Toughness Steels*.

Vanhazebrouck (2008) e Guimarães (2005) mostram que esse método apresenta formulação única dada por:

$$P_f = \frac{\sigma_u 2t}{D} \left[ 1 - \left( \frac{d}{t} \right) M \right] \quad (2.14)$$

onde,

$$M = 1,0 - \exp \left[ -0,157 \left( \frac{L^2}{\left( t - \frac{d}{2} \right)} \right) \right] \quad (2.15)$$

### 2.1.2.6 - MÉTODO DNV RP-F101 OU BS-7910

De acordo com Cabral (2007) esta norma fornece meios de avaliação de defeitos de corrosão em dutos, tanto para o caso de defeitos simples quanto para o caso de múltiplos defeitos adjacentes. Esta abordagem considera carregamento de pressão interna e pode ser aplicada para corrosão interna ou externa no metal base ou soldas longitudinais e circunferenciais.

O método não pode ser aplicado para algumas condições, dentre as quais, deve-se citar: dutos que não sejam fabricados com aço carbono ou aços com grau superior ao X80; trincas ou danos mecânicos; defeitos com profundidade maior que 85% da espessura de parede do duto; para carregamentos cíclicos e em materiais em que a temperatura de transição seja acima da temperatura de operação.

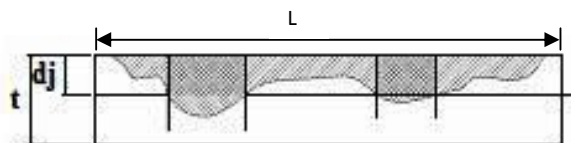
A pressão máxima admissível de operação é determinada aplicando-se um fator de segurança,  $f_c$ , após o cálculo da pressão de ruptura, dada por,

$$f_c = f_{c1} \cdot f_{c2} \quad (2.16)$$

onde  $f_{c1}$  é o fator de modelagem (baseado na precisão das equações em comparação com os dados experimentais), e,  $f_{c2}$  é o fator de projeto (margem de segurança entre a pressão de operação e a pressão de falha).

Caso esteja utilizando o limite máximo de resistência à tração (tensão última,  $\sigma_u$ ) medida experimentalmente então  $f_{c1} = 0,9$  e caso esteja utilizando o limite mínimo de resistência à tração medida experimentalmente, então  $f_{c1} = 1$ .

Para avaliação da resistência residual de dutos na presença de defeitos múltiplos adjacentes este procedimento considera que a região corroída do duto é dividida em seções com comprimento fixado por valores da profundidade do defeito. Estes valores dividem a corrosão em diferentes regiões, conforme mostrado na **Figura 2.8**.



**Figura 2.8** – Divisão em regiões da geometria da corrosão no método DNV  
**Fonte:** Cabral, 2007

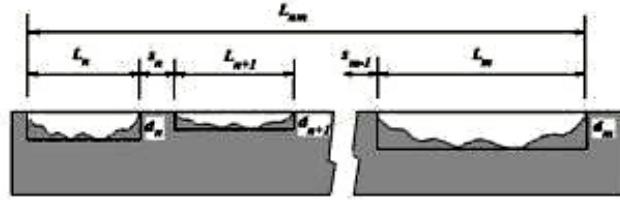
As pressões de ruptura ( $P_1, P_2, \dots, P_N$ ) para cada defeito, tratando cada um, como um defeito isolado podem ser calculadas usando as seguintes equações:

$$P_{rup_i} = \frac{\sigma_u 2t}{D-t} \left[ \frac{1 - \left( \frac{d_i}{t} \right)}{1 - \left( \frac{d_i}{t} \right) M^{-1}} \right] \quad (2.17)$$

$$M_i = \sqrt{1,0 + 0,31 \left( \frac{L_i}{Dt} \right)} \quad (2.18)$$

O comprimento total do defeito de cada grupo equivale ao somatório dos comprimentos levantados individualmente, mais as distâncias entre dois defeitos adjacentes conforme **Figura 2.9** e é dado por,

$$L_{nm} = L_m + \sum_{i=n}^{i=m-1} (L_i + s_i) \quad (2.19)$$



**Figura 2.9** – Combinação de defeitos interagentes no método DNV

**Fonte:** Cabral, 2007.

Para calcular a profundidade efetiva do defeito combinado tem-se:

$$d_{nm} = \frac{\sum_{i=n}^{i=m} (d_i \cdot L_i)}{L_{nm}} \quad (2.20)$$

Para calcular a pressão de ruptura para cada combinação de defeitos ( $P_{nm}$ ) usando  $L_{nm}$  e  $d_{nm}$  na equação para defeito isolado, tem-se:

$$P_{nm} = \frac{\sigma_u 2t}{D-t} \left[ \frac{1 - \left( \frac{d_{nm}}{t} \right)}{1 - \left( \frac{d_{nm}}{t} \right) M_{nm}^{-1}} \right] \quad (2.21)$$

A pressão de ruptura, para a seção corroída do duto, é dada como sendo a menor das pressões calculadas para cada linha de projeção ao longo da circunferência.

## 2.2 - MÉTODOS EXPERIMENTAIS E ELEMENTOS FINITOS NA ANÁLISE DE OLEODUTOS CORROÍDOS

---

Outra forma de avaliação dos oleodutos corroídos são os métodos experimentais que consistem no ensaio de dutos corroídos, artificialmente ou não, e, preferencialmente, em escala real. Os resultados dos experimentos são importantes no desenvolvimento de novos métodos analíticos e para validação dos mesmos. Também são importantes em testes e calibrações de modelos numéricos.

Benjamin et al, (2000) concordam que o desenvolvimento e validação de novos métodos semi-empíricos baseiam-se não somente nos resultados experimentais, mas também em análises via Elementos Finitos.

Vanhazebrouck (2008) esclarece que historicamente os ensaios experimentais de dutos com defeitos de corrosão (*burst tests*) são realizados até a ruptura conforme a **Figura 2.10**. Os valores de pressão e as deformações são medidos através de extensômetros (*strain gages*).



**Figura 2.10** – *Burst test* em oleoduto de aço X100  
**Fonte:** Demofonti et al, 2004

### 2.2.1 - DEFEITOS DE CORROSÃO ARTIFICIAIS E REAIS

Em vários trabalhos experimentais desenvolvidos nesta área, os ensaios são realizados em dutos com defeitos artificiais de corrosão de forma a facilitar a análise por elementos finitos. Os defeitos são usinados assumindo determinadas formas geométricas na superfície do duto (retangular, elíptica, etc.) com o objetivo de simular a corrosão para a posterior investigação experimental e comparação com modelos numéricos. Uma ilustração de corpos de prova é mostrada na **Figura 2.11**.

Embora o uso de simulações numéricas por elementos finitos requeira informações detalhadas sobre a geometria da corrosão, o uso desta técnica pode ser bastante viável para casos em que se necessita de resultados precisos para a estimativa da pressão de ruptura de dutos com defeitos de corrosão reais, isto é, perfil complexo.



**Figura 2.11** – Corpo de prova em ensaios de corrosão artificial  
**Fonte:** Petry et al (2006)



## 2.2.2 - REVISÃO BIBLIOGRÁFICA

Chouchaoui e Pick (1996) estudaram a interferência entre pontos próximos de corrosão, alinhados circunferencialmente e longitudinalmente, através de uma série de ensaios de ruptura de dutos contendo defeitos artificiais de corrosão usinados por meio de eletro-erosão e formato elíptico com profundidade em torno de 60% da espessura de parede do duto. Usaram o método de elementos finitos para simular os ensaios e compararam os resultados numéricos com os experimentais, além de investigarem numericamente parâmetros geométricos da corrosão.

Grigory e Smith (1996) realizaram ensaios experimentais em dutos corroídos artificialmente, em escala real, submetidos a esforços combinados de efeito térmico, flexão e pressão interna. Em cada corpo de prova usinaram uma corrosão retangular de diferentes dimensões, variando-se também sua localização. Os ensaios serviram para confirmar e calibrar modelos numéricos de avaliação da capacidade de carga de dutos corroídos sujeitos aos esforços combinados.

Ahammed (1997), em trabalhos experimentais, assumiu que a velocidade da corrosão tende a se estabilizar após certo período de exposição ao meio, ou seja, a variação de sua profundidade ao longo do tempo tende a ser constante. Sua formulação foi a mesma que a do método 085dL, sendo o fator 0,85 substituído pela unidade para corrosão retangular.

Smith et al, (1998) realizaram ensaios para a validação de um modelo de elementos finitos, utilizando o programa ABAQUS, elemento linear de casca com quatro nós e um ponto de integração. Nesse modelo identificou-se que os parâmetros de carregamento que mais influenciam na deformação são a pressão interna e a diferença de temperatura, e os parâmetros da corrosão são sua profundidade e sua largura.

Um modelo para prever condições de ruptura de dutos corroídos enterrados, feitos de aço de grande ductilidade, sujeitos à pressão interna, flexão lateral, cargas térmicas e tensões residuais, foi apresentado por Wang et al, (1998). Os dutos foram modelados por elementos finitos de casca do programa ABAQUS.

Paralelamente, Chen et al, (1998) apresentaram um método de solução numérica para determinar a carga limite de dutos com defeitos sujeitos a sistemas de carregamentos múltiplos.

Saldanha e Bucherie (2001) apresentaram um algoritmo, denominado FEASYP (*Fast Finite Element Assessment Service For the Integrity on Non-Cracked Corroded Pipelines*) para a geração automática de malhas de modelos tridimensionais de elementos finitos de dutos com defeitos isolados de corrosão, a partir de elementos quadráticos de 20 nós.

Cronin (2002) utilizou um programa para ler os dados geométricos do perfil de corrosão e gerar a malha de elementos finitos sólidos com 20 nós, na região corroída. A malha gerada neste programa foi então utilizada como entrada no software comercial MSC Patran, onde o restante do modelo foi gerado em torno do defeito. Foi feita a comparação dos resultados das análises numéricas com os resultados experimentais. Os resultados numéricos apresentaram um erro médio de 0,1% e um desvio padrão médio de 4,1%, indicando que, quando comparado com os métodos semi-empíricos, o método dos elementos finitos fornece resultados mais precisos na estimativa da pressão de ruptura de defeitos de corrosão reais.

Diniz (2002) mostrou os principais resultados do Programa Tecnológico de Dutos da Petrobras o *Produt 25 317900* e que foram publicados por Benjamin et al, (2000). Foi realizada uma série de testes experimentais e simulações numéricas tridimensionais em corpos de prova de aço API 5L X60, com comprimento nominal de 2,00 m, diâmetro de 323,85 mm e espessura nominal de 9,53 mm. Os defeitos foram usinados por eletro-erosão, forma retangular, com profundidade de 6,67 mm (70% da espessura), largura de 95,30 mm (10 vezes a espessura) e comprimento entre 250,00 mm e 525,00 mm. Verificou que pequenas variações no valor da espessura resultam em grandes diferenças nas pressões de ruptura.

Num trabalho posterior, Benjamin et al, (2000) comparou as pressões de falha experimentais com as pressões de falha estimadas, por meio de modelagens computacionais tridimensionais, usando elementos finitos sólidos e elementos finitos de casca. Os modelos de elementos finitos sólidos forneceram resultados mais precisos.

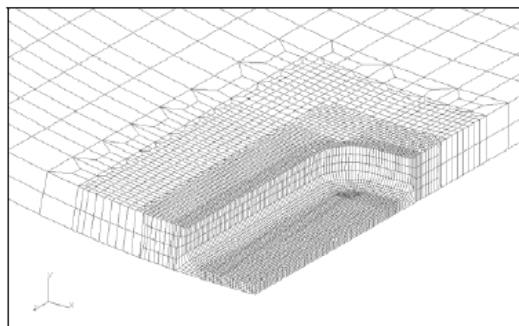
Participando do Programa Tecnológico de Dutos da Petrobras *Produt 29 600536*, Souza (2003) utilizou ensaios experimentais, para comparar os valores das pressões de falha obtidos com os valores das pressões de falha estimados, pelos métodos ASME B31G, RSTRENG 0,85dL, RSTRENG *Effective Area*, DNV RP-F101 (defeitos isolados) e DNV RP-F101 (defeitos complexos). Foram utilizados corpos de prova de aço API 5L X46, com 3,00 m de comprimento, 457,20 mm de diâmetro e 6,35 mm de espessura, com defeitos reais e longos de corrosão.

Choi et al, (2003), propuseram uma nova formulação específica para dutos API (*American Petroleum Institute*) X65, baseada em alguns ensaios de dutos em escala real, corroídos artificialmente, e em análises por elementos finitos, utilizando elemento isoparamétrico de 20 nós.

Costa (2004) utilizou os programas MARC e PATRAN, com geração automática das malhas, através da introdução das condições de contorno e do carregamento. O duto foi modelado por meio de elementos sólidos na região corroída e por elementos de casca na região íntegra. Na região do defeito foram utilizados dois tipos de elementos: isoparamétrico de oito nós e hexaédrico arbitrário. Fora do defeito utilizaram-se os seguintes elementos: elemento de casca fina de quatro nós, com três graus de liberdade de translação e três graus de liberdade de rotação por nó e elemento de casca de oito nós, também com três graus de liberdade de translação e três graus de liberdade de rotação por nó. Duas maneiras foram utilizadas para fazer a transição sólido-casca. A primeira inserindo-se elementos de casca na região sólida e a segunda, pelo uso de *Multi-Point Constraints* (MPC's) que associa os graus de liberdade de translação e rotação dos elementos de casca, aos graus de liberdade de translação dos elementos sólidos na região da transição.

Benjamin et al, (2002) e Benjamin et al, (2003) obtiveram resultados numéricos satisfatórios e erros na estimativa da pressão de ruptura dentro da faixa de -3,78% e +5,49% utilizando elementos finitos sólidos com quatro elementos ao longo da espessura remanescente do duto, na presença de múltiplos defeitos interagentes.

A **Figura 2.12** ilustra uma malha típica gerada pelo Método de Elementos Finitos.



**Figura 2.12** – Detalhe da malha de defeito profundo (80% da espessura) em  
*PIPEFLAW*

**Fonte:** Cabral (2007)

### 2.2.3 – ENSAIOS DE CHOI ET AL, 2003

Choi et al, (2003) realizaram ensaios experimentais em dutos de aço X65, com vários tipos de corrosões artificiais. A configuração geométrica da corrosão usinada sobre os corpos de prova foi retangular.

Também simularam através de elementos finitos, análises plásticas tridimensionais. O programa utilizado foi o ABAQUS e considerando-se dois planos de simetria, somente um quarto do duto foi modelado, sendo concebido com elemento 3D isoparamétrico, 20 nós e número total de elementos e nós 1129 e 5713, respectivamente.

Nos ensaios experimentais, a variação das deformações foi medida por *strain gages*, e os corpos de prova foram submetidos à pressão interna, gradualmente crescente até a ruptura. A geometria dos defeitos de cada corpo de prova e a respectiva pressão de ruptura pode ser resumida na **Tabela 2.2**.

Choi et al, (2003) considerou a tensão última do material ( $\sigma_u$ ) e a aplicação de alguns fatores de segurança para comparar as pressões obtida por ensaios experimentais ( $P_{ENSAIO}$ ) e aqueles obtidos pelo Método de Elementos Finitos ( $P_{AEF}$ ).

**Tabela 2.2** – Geometria dos corpos de prova e pressões de falha por Choi et al (2003)  
**Fonte:** Choi et al (2003)

Corpo de Prova	$L$	$c$	$d$		Pressão de ruptura
	(mm)	(mm)	(mm)	(%)	Mpa
DA	200	50	4,4	25	24,11
DB	200	50	8,8	50	21,76
DC	200	50	13,1	75	17,15
LA	100	50	8,8	50	24,30
LC	300	50	8,8	50	19,80
CB	200	100	8,8	50	23,42
CC	200	200	8,8	50	22,64
$D = 762 \text{ mm}, t = 17,5 \text{ mm}$					

Os resultados da análise numérica e experimental, para defeitos no formato retangular, são mostrados na **Tabela 2.3**.

**Tabela 2.3** – Resultados das análises numéricas de Choi et al (2003)

**Fonte:** Choi et al (2003)

Corpo de Prova	Pressão de ruptura	$P_{AEF} / P_{ENSAIO}$			
		$\sigma_y$	$0,8\sigma_u$	$0,9\sigma_u$	$\sigma_u$
DA	24,11	0,81	0,99	1,01*	1,01*
DB	21,76	0,66	0,95	1,04	1,1
DC	17,15	0,42	0,86	0,95	1,05
LA	24,3	0,68	0,95	1,00	1,01*
LC	19,8	0,61	0,88	0,98	1,06
CB	23,42	0,57	0,86	0,93	1,00
CC	22,64	0,59	0,88	0,95	1,02
* A análise parou antes do critério de ruptura ter sido atingido					

A taxa de crescimento do defeito por corrosão está relacionada com as características do material do duto, das propriedades do fluido transportado e com o meio ambiente.

De acordo com Southwell (1976) a taxa de corrosão,  $R$ , é inicialmente alta e tende a diminuir gradualmente e em alguns casos estabilizar. O mesmo descreve diversos experimentos sobre corrosão em metais em ambiente atmosférico e em água do mar. Estes experimentos mostraram que após um período inicial onde a taxa de corrosão é relativamente alta, há uma tendência de a taxa de corrosão ter seu valor estabilizado. Com isso, uma aproximação linear para a taxa de crescimento do defeito de corrosão em seu estado estacionário é uma hipótese razoável. Assim,

$$R = \frac{\Delta d}{\Delta T} \quad (2.22)$$

onde  $\Delta d$  é a diferença entre duas medidas geométricas da profundidade da corrosão e  $\Delta T$  é a diferença de tempo entre as medidas desta geometria.

Para corrosão de formato semi-elíptico, os resultados obtidos foram mais conservadores que para corrosão retangular, conforme mostra a **Tabela 2.4**.

**Tabela 2.4** – Dados apresentados por Choi (2003), para formato elíptico da corrosão**Fonte:** Choi et al (2003)

Corpo de Prova	$d_0$	$D$	$L_0$	$t$	$c$	$P_a$	$R_d$	$R_a$	$\sigma_{esc}$	$\sigma_u$
	mm	mm	mm	mm	mm	Mpa	mm/ano	mm/ano	Mpa	Mpa
DA	4,4	762	200	17,5	50	10	0,1	0,1	467	573
DB	8,8	762	200	17,5	50	10	0,1	0,1	467	573
DC	13,1	762	200	17,5	50	5	0,1	0,1	467	573
LA	8,8	762	100	17,5	50	10	0,1	0,1	467	573
LC	8,8	762	300	17,5	50	10	0,1	0,1	467	573
CB	8,8	762	200	17,5	100	10	0,1	0,1	467	573
CC	8,8	762	200	17,5	200	10	0,1	0,1	467	573

Aplicando análise de regressão nos resultados obtidos por elementos finitos, Choi et al, (2003) propuseram uma solução analítica na forma:

- i. Para defeito curto,  $\frac{L}{\sqrt{Rt}} < 6$ ,

$$P_{\max} = 0,9 \cdot \frac{2t}{D} \sigma_u \left[ C_2 \left( \frac{L}{\sqrt{Rt}} \right)^2 + C_1 \left( \frac{L}{\sqrt{Rt}} \right) + C_0 \right] \quad (2.23)$$

onde,

$$C_2 = 0,1163 \cdot \left( \frac{d}{t} \right)^2 - 0,1053 \cdot \left( \frac{d}{t} \right) + 0,0292, \quad C_1 = -0,6913 \cdot \left( \frac{d}{t} \right)^2 - 0,4548 \cdot \left( \frac{d}{t} \right) - 0,1447 \text{ e,}$$

$$C_0 = 0,06 \cdot \left( \frac{d}{t} \right)^2 - 0,1035 \cdot \left( \frac{d}{t} \right) + 1,0.$$

- ii. Para defeito longo, onde  $\frac{L}{\sqrt{Rt}} \geq 6$ ,

$$P_f = \frac{2t}{D} \sigma_u \left[ C_1 \left( \frac{L}{\sqrt{Rt}} \right) + C_0 \right] \quad (2.24)$$

onde,

$$C_1 = 0,0071 \cdot \left( \frac{d}{t} \right) - 0,0126 \text{ e } C_0 = -0,9847 \cdot \left( \frac{d}{t} \right) + 1,1101.$$

## 2.3 – INFERÊNCIA ESTATÍSTICA

---

O último meio de avaliação estrutural de oleodutos submetidos à corrosão localizada é através da análise de confiabilidade e, para sua fundamentação revisam-se alguns conceitos da inferência estatística.

A *Inferência Estatística* admite que os resultados obtidos na análise dos dados de uma amostra, são válidos para toda a população da qual aquela amostra foi retirada, isto é, consiste em obter e generalizar conclusões, ou ainda, trata-se de estimação de parâmetros populacionais e de testes de hipóteses sobre os mesmos.

Para Castanheira (2005) a estatística indutiva ou inferência estatística baseia-se em resultados obtidos da análise de uma amostra da população e procura inferir, induzir ou estimar as leis de comportamento da população da qual a amostra foi retirada. Refere-se, portanto, a um processo de generalização a partir de resultados particulares.

Ehlers (2003) confirma que, de um modo geral é sempre possível classificar um problema de inferência estatística, como um problema de otimização de uma função ou a solução de integrais.

O problema geral da inferência estatística considera uma situação observacional contendo uma variabilidade inerente. Esta situação pode ser descrita por uma distribuição de probabilidade em um espaço probabilístico adequado. Entretanto a distribuição adequada não é conhecida e existe uma grande classe de possíveis distribuições uma das quais é apropriada para o nosso problema.

De acordo com Chaves Neto (2006), as inferências dizem respeito a um número finito de parâmetros e dependem da forma especificada para a função densidade de probabilidade. As informações obtidas a partir de uma amostra são úteis para produzir inferências sobre parâmetros da população original. Esta indução pode ser feita por *Estimação* dos parâmetros ou por *Testes de Hipóteses* sobre os parâmetros. De forma que na *Estimação* usam-se os resultados extraídos da amostra para produzir inferências sobre a população da qual foi extraída aleatoriamente a amostra. E, nos *Testes de Hipóteses* usam-se os resultados extraídos da amostra para se testar valores de certos parâmetros da população, ou mesmo testar a natureza probabilística da população.

## 2.3.1 – CONCEITOS FUNDAMENTAIS

A seguir são apresentados conceitos de probabilidade e estatística fundamentais para continuação e compreensão do trabalho.

### 2.3.1.1 - VARIÁVEL ALEATÓRIA

Chaves, I. A. (2004) afirma que uma variável aleatória  $X$  é uma função real definida no espaço  $\Omega$ , tal que o evento  $[X \leq x]$  é um evento aleatório pertencente ao espaço de probabilidade  $(\Omega, U, P)$  com  $U$  sendo a  $\sigma$ -álgebra e  $P$  a medida de probabilidade.

A variável aleatória é chamada de discreta quando o seu contradomínio é um conjunto finito ou infinito enumerável, e é chamada de contínua quando o seu contradomínio é um conjunto infinito.

### 2.3.1.2 - FUNÇÃO DE PROBABILIDADE E FUNÇÃO DENSIDADE DE PROBABILIDADE

Para Fonseca e Andrade (1985) a função distribuição ou função distribuição acumulada, de uma variável aleatória  $X$  é definida por  $F_X(x) = P_X(X \leq x)$ .

Uma vez que uma variável aleatória assume um valor de seu contradomínio com certa probabilidade, tem-se que as probabilidades são associadas a valores da variável aleatória discreta por uma função de probabilidade ( $fp$ ).

As probabilidades são associadas a intervalos de valores de uma variável aleatória contínua por uma função densidade de probabilidade ( $fdp$ ). A função densidade de probabilidade  $f$  é uma função que satisfaz às seguintes condições:

$$f(x) \geq 0 \text{ para todo } x \in R_X \text{ e}$$

$$\int_{R_X} f(x) dx = 1.$$

$$\text{Define-se então que, } P(c < X < d) = \int_c^d f(x) dx \text{ para qualquer } c < d.$$



### 2.3.1.3 - DISTRIBUIÇÃO DE PROBABILIDADE NORMAL (GAUSSIANA)

A distribuição Normal é uma distribuição de probabilidade contínua, simétrica e mesocúrtica. Ehlers (2004) define  $\bar{x}$  como a média amostral da amostra aleatória  $[X_1, X_2, \dots, X_n]$  de uma variável aleatória  $\underline{X}$  com distribuição de probabilidade  $N(\mu, \sigma^2)$ .

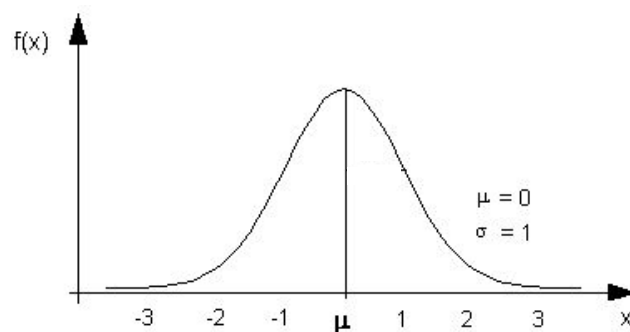
Então,  $\underline{X}$  tem distribuição normal com parâmetros  $\mu$  (média) e  $\frac{\sigma}{\sqrt{n}}$  (desvio padrão), se a função de densidade de probabilidade de  $\underline{X}$  é dada por,

$$f_X(x) = p(x|\mu, \sigma^2) = (2\pi\sigma^2)^{-1/2} e^{-(x-\mu)^2/2\sigma^2} \quad (2.25)$$

A correspondente função distribuição (*fd*) definida por  $F(x) = P(X \leq x)$  pode ser expressa como,

$$F_X(x) = \int_{-\infty}^x p(x|\mu, \sigma^2) = \int_{-\infty}^x (2\pi\sigma^2)^{-1/2} e^{-(x-\mu)^2/2\sigma^2} dx \quad (2.26)$$

Quando  $\mu = 0$  e  $\sigma^2 = 1$ , tem-se a  $N(0, 1)$ , ou seja, a distribuição Normal Padrão, cujo gráfico da *fdp* está na **Figura 2.13**.



**Figura 2.13** – Exemplo de Distribuição Normal Padrão  
Fonte: o Autor

A simetria perfeita da distribuição normal significa que,  $\Phi(-s) = 1.0 - \Phi(s) = p$  ou, quando  $p < 0.5$  temos,  $-s = \Phi^{-1}(p) = -\Phi^{-1}(1 - p)$ , onde  $\Phi(s)$  é a função distribuição da Normal Padrão no ponto  $s$ .

### 2.3.1.4 - DISTRIBUIÇÃO DE PROBABILIDADE LOGNORMAL

Para problemas em que a amostra aleatória não pode ter valores negativos, pelo seu aspecto físico, é possível usar-se o modelo Lognormal, considerando o logaritmo natural da variável  $X$ . A função densidade de probabilidade de uma variável aleatória com distribuição lognormal é dada por,

$$f_X(x) = \frac{1}{\sqrt{2\pi}\zeta_X x} \exp\left[-\frac{1}{2}\left(\frac{\ln x - \lambda_X}{\zeta_X}\right)^2\right] \quad (2.27)$$

onde  $\lambda_X$  e  $\zeta_X$  são os parâmetros da distribuição lognormal, relacionados com os parâmetros da distribuição normal da seguinte maneira:

$$\lambda_X = E(\ln X) = \ln \mu_X - \frac{1}{2}\zeta_X^2 \quad (2.28)$$

$$\zeta_X^2 = V(\ln X) = \ln\left[1 + \left(\frac{\sigma_X}{\mu_X}\right)^2\right] = \ln(1 + \delta_X^2) \quad (2.29)$$

Neste caso, a variável padrão  $S$  tem a forma:

$$S = \frac{\ln X - \lambda_X}{\zeta_X} \quad (2.30)$$

A probabilidade de uma variável aleatória lognormal ter um valor entre dois limites  $a$  e  $b$  pode ser dada por,

$$P(a < X \leq b) = \Phi\left(\frac{\ln b - \lambda_X}{\zeta_X}\right) - \Phi\left(\frac{\ln a - \lambda_X}{\zeta_X}\right) \quad (2.31)$$

### 2.3.1.5 - ESPERANÇA E VARIÂNCIA DE UMA VARIÁVEL ALEATÓRIA

Chaves, I. A. (2004) chama valor médio ou esperança matemática de uma variável aleatória  $\underline{X}$  discreta ao valor:

$$\mu = E(\underline{X}) = \sum_{i=1}^n x_i \cdot P_X(x_i) = \sum_{i=1}^n x_i \cdot P_X(X = x_i) \quad (2.32)$$

E chama de variância da variável aleatória  $\underline{X}$  ao valor:

$$\sigma^2 = V(\underline{X}) = E[\underline{X} - E(\underline{X})]^2 = \sum_{i=1}^n [x_i - E(\underline{X})]^2 \cdot P_X(x_i) = \sum_{i=1}^n [x_i - \mu]^2 \cdot P_X(X = x_i) \quad (2.33)$$

Já o desvio padrão da variável aleatória  $\underline{X}$  é a raiz quadrada da variância, ou seja,

$$\sigma = \sqrt{V(\underline{X})} \quad (2.34)$$

Da mesma forma, se a variável aleatória for contínua, a esperança de  $\underline{X}$  será dada por

$$\mu = E(\underline{X}) = \int_{-\infty}^{\infty} x \cdot f(x) dx \quad (2.35)$$

E a variância por

$$\sigma^2 = E(x - \mu)^2 = \int_{-\infty}^{\infty} (x - \mu)^2 \cdot f(x) dx \quad (2.36)$$

É importante observar que a variância mede a dispersão ou espalhamento dos dados em torno da média  $\mu = E(X)$  e o desvio padrão faz isto também, mas na mesma unidade de medida dos dados.

Se duas variáveis aleatórias  $X$  e  $Y$  não forem independentes, existirá uma diferença entre  $E(X.Y)$  e  $E(X).E(Y)$ , esta diferença será chamada de covariância e definida por,  $COV(X,Y) = E[(X - \mu)(Y - \mu)] = E(XY) - \mu_X \mu_Y$ .

Se  $COV(X,Y) = 0$ , as variáveis aleatórias serão chamadas de não-correlacionadas.

A covariância entre as variáveis aleatórias  $X$  e  $Y$  padronizadas é chamada de coeficiente de correlação,

$$\rho = \frac{E\{[X - E(X)][Y - E(Y)]\}}{\sqrt{V(X)V(Y)}} = E\left\{\left[\frac{X - E(X)}{\sigma_X}\right]\left[\frac{Y - E(Y)}{\sigma_Y}\right]\right\} \quad (2.37)$$

A vantagem da correlação em relação a covariância é que o coeficiente de correlação é um valor padronizado e tem-se, então, uma idéia clara da sua grandeza.

Por outro lado uma medida muito útil de variabilidade relativa é o coeficiente de variação. Este parâmetro para uma variável aleatória é definido como o quociente entre o desvio padrão e a média, ou seja,

$$CV = \frac{\sigma}{\mu} \quad (2.38)$$

Para finalizar, Chaves I. A. (2004) considera que as variáveis  $[X_1, X_2, \dots, X_n]$  com função de probabilidade conjunta  $f_{X_1, X_2, \dots, X_n}(x_1, x_2, \dots, x_n)$  são linearmente independentes, se e somente se,

$$f_{\underline{x}}(\underline{x}) = f_{X_1, X_2, \dots, X_n}(x_1, x_2, \dots, x_n) = f_{X_1}(x_1) \cdot f_{X_2}(x_2) \dots f_{X_n}(x_n) \quad (2.39)$$

Assim pode-se considerar  $[X_1, X_2, \dots, X_n]$  como uma *amostra aleatória* de tamanho  $n$  da população com densidade  $f$ . Isso significa que, se a amostragem é tal que  $X_1, X_2, \dots, X_n$  são independentes e, desde que a população tenha densidade homogênea, a amostra é dita aleatória.

É naturalmente relevante que resultados com base numa amostra aleatória são válidos para a população desde que esta tenha sido o objeto da amostra.

## 2.3.2 - ESTIMAÇÃO

Retornando a questão da inferência estatística não se pode calcular a aproximação de uma grandeza desconhecida sem ter uma idéia do quanto esta aproximação é adequada, em algum sentido probabilístico e, como ela se compara com outras aproximações.

Após uma observação ser feita, é possível que a verdadeira distribuição que rege o fenômeno pertença a uma família diferente da que postulada inicialmente.

A Estimação de parâmetros pode ser feita de duas maneiras:

- i. *Estimação por ponto* ocorre quando, a partir da amostra procura-se obter um único valor de certo parâmetro populacional, ou
- ii. *Estimação por intervalo* ocorre quando a partir da amostra procura-se construir um intervalo com certa probabilidade de conter o verdadeiro parâmetro populacional  $\theta$ .

### 2.3.2.1 - ESTIMAÇÃO POR PONTO

Entendendo as estatísticas, por exemplo, média e variância, como uma função do espaço amostral a estimação por pontos significa obter estimativas, isto é, obter valor numérico destas estatísticas, a partir dos valores das amostras.

Para Haldar e Mahadevan (1982) são quatro as propriedades fundamentais dos estimadores: suficiência, consistência, não-tendenciosidade e eficiência (estimador de variância mínima).

Uma estatística é dita *suficiente* para uma população se permite um resumo das informações trazidas pela amostra.

Um estimador é *consistente* para estimar um parâmetro quando, a medida que se aumenta o tamanho da amostra aleatória consegue-se uma maior precisão na estimativa.

Um estimador é *não viciado* se o vício é nulo, ou seja, se o erro quadrático médio é igual à variância.

### 2.3.2.2 - MÉTODOS DE ESTIMAÇÃO

A evolução da Estatística através do tempo provocou o aparecimento de várias metodologias para construção de estimadores de parâmetros.

O método da máxima verossimilhança foi desenvolvido por Fisher a partir de uma idéia original de Gauss sobre regressão linear, no período de 1809 a 1821 e, de acordo com Ehlers (2003) ele postula que para fazer inferência sobre uma quantidade de interesse só importa aquilo que foi realmente observado e não aquilo que poderia ter ocorrido, mas efetivamente não ocorreu.

Portugal (1995) assegura que a grande importância do método de máxima verossimilhança consiste nas boas propriedades dos estimadores, que são consistentes e eficientes.

Chaves Neto (2006) afirma que para determinar o estimador de máxima verossimilhança do parâmetro  $\theta$  basta achar o valor de  $\theta$  que maximiza a função  $p(\theta, \underline{X})$ , fixado  $\underline{X}$ . Como a função  $\ln [p(\theta, \underline{X})]$  é não decrescente (monótona crescente), maximizar  $p(\theta, \underline{X})$  é o mesmo que maximizar  $\ln [p(\theta, \underline{X})]$ . Desta forma, se,

$$\frac{\partial \ln[p(x, \theta)]}{\partial \theta} = S(\underline{\theta}) = 0 \quad (2.40)$$

então o estimador de máxima verossimilhança  $\hat{\theta}$  vai ser a solução do conjunto de equações  $S(\underline{\theta}) = 0$ .

Segundo Haldar e Mahadevan (1982) o conceito básico no métodos dos momentos é que todos os parâmetros de uma distribuição podem ser estimados usando a informação sobre seus momentos. Deste modo, se a distribuição tem um simples parâmetro, então somente uma informação pode ser extraída do processo, provavelmente, será o primeiro momento, ou o valor médio. Se a distribuição tem dois parâmetros, então duas informações podem ser extraídas, e eles podem ser os dois primeiros momentos, isto é, a média e a variância da variável aleatória.

Considera-se que os momentos ordinários da amostra são dados por,

$$M_j = \frac{\sum_{i=1}^n x_i^j}{n}, j = 1, 2, 3, \dots \quad (2.41)$$

O sistema de equações formado tem solução única e estas soluções são os estimadores dos parâmetros.

Os parâmetros de uma distribuição têm uma relação definida com os momentos das variáveis aleatórias. Esta relação é apresentada na **Tabela 2.5**, para distribuição Normal e Lognormal.

**Tabela 2.5** – Estimação de parâmetros para o método dos momentos

**Fonte:** Haldar e Mahadevan (pp. 118, 1982), traduzido.

	Função densidade de Probabilidade ou função densidade	Parâmetros	Relação para a Média e Variância
Normal	$f_X(x) = \frac{1}{\sigma_X \sqrt{2\pi}} \exp \left[ -\frac{1}{2} \left( \frac{x - \mu_X}{\sigma_X} \right)^2 \right]$	$\mu_X, \sigma_X^2$	$E(X) = \mu_X$ $V(X) = \sigma_X^2$
Lognormal	$f_X(x) = \frac{1}{\zeta_X \sqrt{2\pi}} \exp \left[ -\frac{1}{2} \left( \frac{\ln x - \lambda_X}{\zeta_X} \right)^2 \right]$	$\lambda, \zeta$	$Var(\ln X) = \ln \left[ 1 + \left( \frac{\sigma_X}{\mu_X} \right)^2 \right]$ $E(\ln X) = \ln \mu_X - \frac{1}{2} \zeta_X^2$

O método dos mínimos quadrados considera que toda observação aleatória pode ser escrita na forma do modelo

$$Y_i = g_i(\theta_1, \theta_2, \dots, \theta_k) + \varepsilon_i, i = 1, 2, \dots, n \quad (2.42)$$

onde a parte estocástica  $\varepsilon_i$  deve satisfazer as seguintes restrições:

- i.  $\varepsilon_i$  é uma variável aleatória com  $E(\varepsilon_i) = 0$ .
- ii.  $\varepsilon_i$  é uma variável aleatória com variância constante  $V(\varepsilon_i) = \sigma^2$ .
- iii. Os erros  $\varepsilon_i$  são não-correlacionados,  $COV(\varepsilon_i, \varepsilon_j) = 0$ .

O método consiste em estimar  $\theta$  minimizando a soma dos quadrados dos erros (resíduos) e resolvendo-se o sistema de equações:

$$\frac{\partial}{\partial \theta_j} \sum_{i=1}^n [Y_i - g_i(x, \theta)]^2 = 0, j = 1, 2, \dots, k \quad (2.43)$$

### 2.3.2.3 - INTERVALOS DE CONFIANÇA

Fonseca e Andrade (1985) afirmam que outra maneira de obter uma estimativa de um parâmetro desconhecido é construir um intervalo de confiança para o parâmetro com uma probabilidade maior ou igual ao nível  $(1 - \alpha)$  de confiança de que este intervalo contenha o verdadeiro parâmetro.

$$P\left(-z_{\frac{\alpha}{2}} \leq z \leq z_{\frac{\alpha}{2}}\right) = 1 - \alpha \quad (2.44)$$

Para estimar o intervalo de confiança para a média populacional quando a variância populacional é conhecida considera que  $\bar{x}$ , com distribuição normal  $N\left(\mu, \frac{\sigma^2}{n}\right)$ . Portanto,  $z = \frac{\bar{X} - \mu}{\frac{\sigma}{\sqrt{n}}}$  tem distribuição normal  $N(0, 1)$ . Assim, tem-se que:

$$P\left(\bar{X} - z_{\frac{\alpha}{2}} \frac{\sigma}{\sqrt{n}} \leq \mu \leq \bar{X} + z_{\frac{\alpha}{2}} \frac{\sigma}{\sqrt{n}}\right) = 1 - \alpha \quad (2.45)$$

Para estimar o intervalo de confiança para a média populacional quando a variância populacional é desconhecida, temos,

$$P\left(\bar{x} - t_{\frac{\alpha}{2}} \frac{S}{\sqrt{n}} < \frac{\bar{x} - \mu}{\frac{S}{\sqrt{n}}} < \bar{x} + t_{\frac{\alpha}{2}} \frac{S}{\sqrt{n}}\right) = 1 - \alpha \quad (2.46)$$

Para estimar o intervalo de confiança para a variância de uma população Normal, isto é, se  $\underline{X}$  é uma população com distribuição normal com média  $\mu$  e variância  $\sigma^2$ , pelo Teorema de Fischer tem-se que

$$P\left(\frac{(n-1)S^2}{\chi_{\sup}^2} \leq \frac{1}{\sigma^2} \leq \frac{(n-1)S^2}{\chi_{\inf}^2}\right) = 1 - \alpha \quad (2.47)$$

Para estimar o intervalo de confiança para a diferença entre duas médias  $(\mu_1 - \mu_2)$  de duas populações Normais com desvios padrões conhecidos usa-se:

$$P\left[(\bar{x}_1 - \bar{x}_2) - z_{\frac{\alpha}{2}} \sqrt{\frac{\sigma_1^2}{n} + \frac{\sigma_2^2}{n}} \leq \mu_1 - \mu_2 \leq (\bar{x}_1 - \bar{x}_2) + z_{\frac{\alpha}{2}} \sqrt{\frac{\sigma_1^2}{n} + \frac{\sigma_2^2}{n}}\right] = 1 - \alpha \quad (2.48)$$



### 2.3.3 - TESTES DE HIPÓTESES

De acordo com Meyer (1970) o teste de hipóteses ao invés de procurar uma estimativa do parâmetro passa a admitir um valor hipotético para ele e, depois, utiliza a informação da amostra para confirmar ou rejeitar este valor hipotético.

Para Fonseca e Andrade (1985) os testes de hipóteses também são baseados nas distribuições dos estimadores. Dessa maneira, as distribuições de probabilidade da média amostral, da variância amostral, da frequência relativa serão utilizadas para os respectivos testes sobre a média, a variância e a proporção da população.

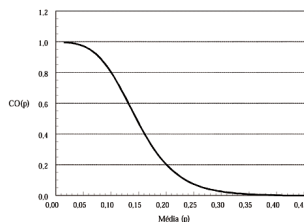
O teste de hipótese é uma regra de decisão para aceitar ou rejeitar uma hipótese com base nos elementos amostrais e podem ser de dois tipos: *paramétricos*, quando formulamos hipóteses com respeito ao valor de um parâmetro populacional ou *por aderência*, quando formulamos hipóteses sobre a natureza da distribuição da população.

Para uma amostra aleatória tem-se as hipóteses nula,  $H_0$ , ou seja, aquela que se está testando contra a hipótese alternativa,  $H_1$ , que pode ser aceita quando se rejeita  $H_0$ .

Para se tomar a decisão de aceitar ou rejeitar a hipótese nula  $H_0$ , há necessidade de uma regra. Esta regra é conhecida como teste. Assim, rejeita-se  $H_0$  quando o resultado da regra ultrapassa certo valor crítico, ou linha de corte, e se aceita  $H_0$  em caso contrário. É conveniente descrever a região crítica por uma função indicadora  $\delta$  que é chamada de função crítica ou função teste. Assim, se  $\delta(x) = 1$  rejeita-se  $H_0$  e se  $\delta(x) = 0$  se aceita  $H_0$ .

Os erros que podem ser cometidos na decisão podem ser classificados em: *Erro Tipo I*: é cometido quando se rejeita  $H_0$ , sendo  $H_0$  verdadeira ( $\alpha$ ) ou *Erro Tipo II*: é cometido quando aceita-se  $H_0$ , sendo  $H_0$  falsa ( $\beta$ ).

Para Bickel e Doksum (2006) a curva característica de operação é o gráfico da função probabilidade de erro tipo II, sob várias hipóteses, mostrada na **Figura 2.14**.



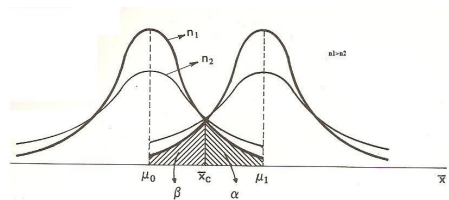
**Figura 2.14** – Exemplo de uma curva característica de operação

**Fonte:** Fonseca e Andrade, 1985

Para valores próximos do valor  $\mu_0$  a probabilidade de se cometer o erro tipo II é bastante elevada. Em compensação não há tanta gravidade em se cometer o erro tipo II, nestas condições, pois a diferença prática entre a realidade e a hipótese testada é pequena, não acarretando dessa forma grande preocupação.

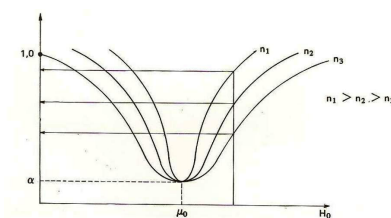
A gravidade do erro tipo II acentua-se à medida que o verdadeiro valor do parâmetro se afasta do valor testado. Nestas condições, aceitar  $H_0$  pode ser uma decisão comprometedora, mas para tais casos, observa-se que a probabilidade de se cometer o erro tipo II tende a diminuir assegurando, desta forma, melhores condições para as tomadas de decisões.

Para tomar uma decisão inequívoca, devemos, pois, estabelecer previamente até que ponto uma divergência entre a realidade e  $H_0$  pode ser tolerada. Neyman e Pearson (1967) propuseram fixar a probabilidade do erro do tipo I (nível de significância) em  $\alpha$  e procurar um teste que tenha probabilidade de rejeitar menor ou igual a  $\alpha$ . Assim, este teste tem nível de significância  $\alpha$  e rejeita  $H_0$  no nível  $\alpha$ . A configuração da **Figura 2.15** ilustra o comportamento dos erros  $\alpha$  e  $\beta$  em função do tamanho da amostra.



**Figura 2.15** - Comportamento dos erros  $\alpha$  e  $\beta$  em função do tamanho da amostra  
**Fonte:** Fonseca e Andrade, 1985

De acordo com Chaves Neto (2006) uma alternativa de análise é a curva do poder de um teste ( $1 - \beta$ ), onde  $\beta$  é a probabilidade de erro tipo II. Um exemplo é apresentado na **Figura 2.16**, quando testamos  $H_0 : \mu = \mu_0$  contra  $H_1 : \mu \neq \mu_0$ :



**Figura 2.16** – Curva de força do teste sendo  $\alpha$  e  $\sigma^2$  fixados  
**Fonte:** Fonseca e Andrade, 1985

Em um teste decisivo devem-se considerar os erros  $\alpha$  e  $\beta$  e, se não bastar os valores especificados, pode-se de aumentar o tamanho da amostra.

### 2.3.3.1 - TESTE DE HIPÓTESE PARA A MÉDIA DA DISTRIBUIÇÃO NORMAL

Há uma grande variedade de hipóteses que podem ser feitas a respeito da média. Entre elas:

Sendo  $\sigma^2$  conhecido, o teste de  $H_0: \mu \leq \mu_0$  x  $H_1: \mu > \mu_0$  é definido por:

$$\delta_c(\underline{x}) = 1 \text{ se } z = \left| \frac{\bar{x} - \mu_0}{\sigma / \sqrt{n}} \right| > c \text{ ou, } \delta_c(\underline{x}) = 0 \text{ para } c/c, \text{ onde } z = \left| \frac{\bar{x} - \mu_0}{\sigma / \sqrt{n}} \right| \sim N(0, 1) \text{ e } c \text{ é}$$

determinado por  $P(z > c) = \alpha$

Sendo  $\sigma^2$  conhecido, o teste de  $H_0: \mu \leq \mu_0$  x  $H_1: \mu = \mu_0$  é definido por:

$$\delta_c(\underline{x}) = 1 \text{ se } z = \left| \frac{\bar{x} - \mu_0}{\sigma / \sqrt{n}} \right| > c, \text{ ou, ii. } \delta_c(\underline{x}) = 0 \text{ para } c/c, \text{ onde } z = \left| \frac{\bar{x} - \mu_0}{\sigma / \sqrt{n}} \right| \sim N(0, 1) \text{ e } c$$

é determinado por  $P(z > c) = \alpha/2$ .

Sendo  $\sigma^2$  desconhecido o teste é feito com a estatística,  $t = \frac{\bar{x} - \mu_0}{s / \sqrt{n}} \sim t_{n-1}$ .

### 2.3.3.2 - TESTES DE HIPÓTESES PARA A VARIÂNCIA DA DISTRIBUIÇÃO NORMAL

Sendo  $\mu$  conhecido, o teste de  $H_0: \sigma^2 \leq \sigma_0^2$  x  $H_1: \sigma^2 \geq \sigma_0^2$  é definido por

$$\delta_c(\underline{x}) = 1 \text{ se, } \frac{\sum_{i=1}^n (x_i - \mu)^2}{\sigma_0^2} = \frac{n\hat{\sigma}^2}{\sigma_0^2} > c, \text{ onde } c \text{ é determinado por } P(\chi_n^2 > c) = \alpha, \text{ ou,}$$

$$\delta_c(\underline{x}) = 0 \text{ para } c/c.$$

O teste de  $H_0: \sigma^2 = \sigma_0^2$  x  $H_1: \sigma^2 > \sigma_0^2$  é definido por  $\delta_c(\underline{x}) = 1$  se,  $\frac{(n-1)s^2}{\sigma_0^2} > c$ ,

ou  $\delta_c(\underline{x}) = 0$  para  $c/c$ .

O teste de  $H_0: \sigma^2 \leq \sigma_0^2$  x  $H_1: \sigma^2 \neq \sigma_0^2$  é definido por  $\delta_c(\underline{x}) = 1$  se,

$$\frac{(n-1)s^2}{\sigma_0^2} < c_1 \text{ ou } > c_2, \text{ onde } P(\chi_{n-1}^2 > c_1) = \alpha/2 \text{ e } P(\chi_{n-1}^2 > c_2) = \alpha/2 \text{ ou, } \delta_c(\underline{x}) = 0 \text{ para}$$

$c/c$ .

### 2.3.3.3 - TESTES DE HIPÓTESES QUE ENVOLVEM MÉDIAS DE DOIS GRUPOS

Chaves Neto (2006), estuda levantar evidências contra a hipótese que a média da população 1 é igual a média da população 2 ou ainda evidências contra a hipótese nula  $H_0: \mu_1 = \mu_2$  ou  $\mu_1 - \mu_2 = 0$ . Após obter as informações amostrais:  $[x_{11}, x_{12}, \dots, x_{1n1}]$  da amostra da população 1 e  $[x_{21}, x_{22}, \dots, x_{2n2}]$  amostra da população 2, testa-se a Gaussianidade das observações e a hipótese nula com um teste  $t$  de *Student*.

Se as variâncias das populações forem distintas deve-se aplicar a versão de Aspin-Welch, cuja estatística é a seguinte:

$$t = \frac{(\bar{x}_1 - \bar{x}_2) - (\mu_1 - \mu_2)}{\sqrt{\frac{s_1^2}{n_1} + \frac{s_2^2}{n_2}}} \sim t_v \quad (2.49)$$

onde  $v$  é calculado por,  $v = \frac{(\omega_1 + \omega_2)^2}{\frac{\omega_1^2}{n_1 + 1} + \frac{\omega_2^2}{n_2 + 1}} - 2$ , sendo  $\omega_1 = \frac{s_1^2}{n_1}$  e  $\omega_2 = \frac{s_2^2}{n_2}$ .

As premissas para aplicação do teste  $t$  de *Student* são a independência das amostras e a Gaussianidade das observações, verificada pelo teste Qui-quadrado de aderência ao modelo, por Kolmogorov-Smirnov, por Shapiro-Wilks ou por Filliben.

Quando são aceitas estas premissas aceita-se a hipótese de homogeneidade entre as variâncias dos dois grupos (populações 1 e 2),  $H_0: \sigma_1^2 = \sigma_2^2$  aplica-se a estatística que corresponde ao  $t$  de *Student* na versão clássica:

$$t = \frac{(\bar{x}_1 - \bar{x}_2) - (\mu_1 - \mu_2)}{s_p \sqrt{\frac{1}{n_1} + \frac{1}{n_2}}} \sim t_v \quad (2.50)$$

onde  $v = n_1 + n_2 - 2$  e  $s_p^2 = \frac{(n_1 - 1)s_1^2 + (n_2 - 1)s_2^2}{n_1 + n_2 - 2}$ , sendo que a hipótese sobre a

igualdade de variâncias é testada, antes, pelo teste  $F$ , com estatística

$$F = \frac{s_1^2}{s_2^2} \quad (2.51)$$

Quando a hipótese de Gaussianidade não é verificada aplicamos um procedimento não-paramétrico conhecido como Teste de Wilcoxon-Mann-Whitney.

### 2.3.4 - TESTES DE ADEQUAÇÃO AO AJUSTAMENTO E TESTE DE ADERÊNCIA

Para verificar os resultados de um experimento deve-se aplicar um teste de aderência, para testar a hipótese de que a distribuição de frequências observada se ajusta (ou adere) a determinada distribuição teórica.

As frequências observadas serão comparadas com as frequências esperadas de acordo com alguma hipótese, em  $n$  provas. Os resultados das  $n$  provas são colocados em uma tabela conhecida como *Tabela de Contingência*, conforme mostrado na **Tabela 2.6** e o teste aplicado é o Qui-quadrado, onde  $K$  é o número de eventos ou categorias em que foi dividida a amostra.

$$\chi^2 = \sum_{i=1}^K \frac{(Fo_i - Fe_i)^2}{Fe_i} \sim \chi^2_{K-1} \quad (2.52)$$

sendo,  $Fo_i$ , as frequências observadas na amostra dos respectivos eventos e  $Fe_i$  as frequências esperadas.

**Tabela 2.6** – Avaliação das frequências esperadas em um teste de aderência

**Fonte:** Fonseca e Andrade (1985) pp. 205

Categorias (eventos)	C <sub>1</sub>	C <sub>2</sub>	C <sub>3</sub>	...	C <sub>K</sub>
Frequências Observadas	Fo <sub>1</sub>	Fo <sub>2</sub>	Fo <sub>3</sub>	...	Fo <sub>k</sub>
Frequencias Esperadas	Fe <sub>1</sub>	Fe <sub>2</sub>	Fe <sub>3</sub>	...	Fe <sub>k</sub>

Quando usa-se a estatística  $\chi^2$  para comprovar a concordância entre valores observados e esperados para certo fenômeno, realiza-se, na realidade, um *teste de ajustamento*.

Contudo, se usar o teste qui-quadrado para colocar à prova hipóteses referentes à forma da distribuição da população, como a Normal, Binomial, Poisson, etc., significa que trata-se de um *teste de aderência*. Nesses testes, supõe-se que a distribuição da variável em estudo é descrita por determinado modelo teórico de probabilidade e verificamos o grau de aderência dos dados amostrais ao modelo.

## 2.3.5 - REGRESSÃO LINEAR E NÃO-LINEAR

A análise de regressão é uma técnica estatística usada para investigar e modelar o relacionamento entre variáveis. Aplicações desta técnica foi realizada por Choi et al (2003), conforme mostrado a seguir.

### 2.3.5.1 - REGRESSÃO LINEAR

O modelo linear que relaciona a variável resposta  $Y$  com as covariáveis  $X_1, X_2, \dots, X_{p-1}$  pode ser escrito na forma

$$Y_i = \beta_0 + \beta_1 X_{1i} + \beta_2 X_{2i} + \dots + \beta_{p-1} X_{p-1i} + \varepsilon_i \quad (2.53)$$

ou na forma matricial, conhecido como modelo linear de Gauss Markov:

$$\underline{Y} = X \underline{\beta} + \underline{\varepsilon} \quad (2.54)$$

Admitindo que,

- i. Os componentes  $\varepsilon$  são variáveis aleatórias.
- ii. A esperança de cada componente de  $\underline{\varepsilon}$  é zero, ou seja,  $E(\underline{\varepsilon}) = \underline{0}$ .
- iii. As componentes do vetor  $\underline{\varepsilon}$  não são correlacionadas, ou melhor,  $COV(\varepsilon_i, \varepsilon_j) = 0$  para  $i \neq j$  e possuem variância constante,  $V^2$ .
- iv. A distribuição de  $\varepsilon_i$  é a Normal (Gaussiana).

Para se medir a adequação do ajuste compara-se a soma de quadrados da regressão com a soma de quadrados total e tem-se o coeficiente de determinação ou correlação múltipla ao quadrado,

$$R^2 = \frac{\sum_{i=1}^n (\hat{y}_i - \bar{y})^2}{\sum_{i=1}^n (y_i - \bar{y})^2} \quad (2.55)$$

Quando o ajuste é bom o valor de  $R^2$  é próximo de 1. Em caso contrário, com um modelo pobre, o valor de  $R^2$  é pequeno.

### 2.3.5.2 - REGRESSÃO NÃO-LINEAR

O modelo não linear que relaciona a variável resposta  $Y$  com uma variável  $\xi$ , neste caso, pode ser escrito como

$$Y_i = f(\xi_i, \underline{\theta}) + \varepsilon_i \quad (2.56)$$

onde  $f(\xi_i, \underline{\theta})$  é parte sistemática do modelo e que deve ser estimada e  $\varepsilon_i$  é a parte estocástica com  $E(\varepsilon_i) = 0$  e  $V(\varepsilon_i) = \sigma^2$ . A parte sistemática depende da covariável  $\xi$  e dos parâmetros em  $\underline{\theta}$ .

A estimação dos parâmetros é feita por mínimos quadrados com base nas observações da variável resposta correspondentes a valores fixados das covariáveis:  $Y_i$ ,  $\xi_{1i}$ ,  $\xi_{2i}$ , ...,  $\xi_{ki}$ ,  $i = 1, 2, 3, \dots, n$  e minimizando-se a soma de quadrados dos erros que é dada por

$$SQE = S(\theta) = \sum_{i=1}^n [Y_i - f(\xi_i, \underline{\theta})]^2 \quad (2.57)$$

Então, partindo-se das observações fixadas de  $Y_i$  e de  $\xi_i$ ,  $i = 1, 2, \dots, n$ , obtemos a estimativa de mínimos quadrados de  $\underline{\theta}$  que minimiza a função  $S(\underline{\theta})$ .

## 2.4 – MÉTODOS DE CONFIABILIDADE NA ANÁLISE DE OLEODUTOS CORROÍDOS

---

De acordo com Barbosa (2004) a Teoria da Confiabilidade é um conjunto de técnicas da Estatística e da Programação Matemática. Estas técnicas proporcionam, a partir do conhecimento das distribuições de probabilidade das variáveis de projeto, a probabilidade da estrutura falhar. Pode-se estimar, também, a importância de cada variável de projeto nesta probabilidade de falha.

Buratto (2005) concorda que a confiabilidade sintetiza a chance, em termos percentuais, de que uma determinada variável de interesse fique dentro de um determinado intervalo especificado indicando o percentual de cenários gerados pela simulação que está dentro desse intervalo.

Henriques (2002) observa que o comportamento das estruturas depende de diversos fatores, a maioria dos quais não pode ser controlada de forma absoluta. As diversas fontes de incerteza responsáveis pela variabilidade desses fatores conduzem a ao problema de avaliação da segurança das estruturas e esta formulação tem um caráter marcadamente não determinístico.

Cardoso et al, (2003) afirmam que o caráter intrinsecamente aleatório das propriedades dos materiais e das ações é considerado pelos atuais Eurocódigos, que classificam os métodos probabilísticos disponíveis para lidar com essa aleatoriedade em três níveis: métodos semi-probabilísticos, ou de nível 1, correntemente utilizados na verificação da segurança, onde a probabilidade de falha é indiretamente considerada através de definição de valores característicos e de coeficientes parciais de segurança; métodos probabilísticos aproximados, ou de nível 2, onde a probabilidade de falha é baseada no índice de confiabilidade,  $\beta$ ; métodos probabilísticos exatos, ou de nível 3, onde a probabilidade de falha é avaliada a partir da distribuição conjunta de probabilidade das variáveis aleatórias associadas às ações e às resistências.

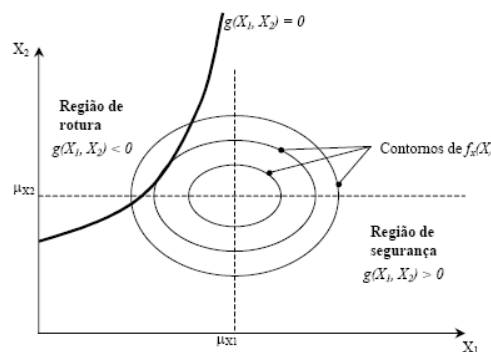


Laranja e Brito (2003) descrevem que, em geral, não é possível reduzir o problema da confiabilidade estrutural às formulações simplificadas, que relacionam a probabilidade de falha apenas com a resistência,  $R$ , e a solicitação,  $S$ , considerando-as variáveis aleatórias independentes. Em geral,  $R$  é função das propriedades dos materiais estruturais e das dimensões dos elementos estruturais, ou da própria estrutura, enquanto  $S$  é função das ações, das densidades dos materiais e, eventualmente, das dimensões da estrutura, sendo todas elas variáveis aleatórias. Há, também, situações em que não é possível considerar  $R$  e  $S$  independentes, quando o efeito de determinada ação é favorável (opõe-se aos efeitos que conduzem à falha) ou quando as dimensões da estrutura ou dos elementos estruturais condicionam, simultaneamente, o valor das ações e da resistência.

Wu e Riha (2004) afirmam que nos estudos tradicionais da confiabilidade, os valores característicos de um processo randômico são usados em combinação com análise de espectro e considera  $\underline{X}$  o vetor aleatório composto pelas variáveis básicas, ou seja, as variáveis fundamentais que definem e caracterizam o comportamento e a segurança da estrutura e  $g(\underline{X})$  a função que define o estado limite conhecida como *limit state surface* através de:

$$Z = g(X_1, X_2, \dots, X_n) = 0 \quad (2.58)$$

A equação 2.64 estabelece a fronteira que divide o domínio numa região de segurança  $g(\underline{X}) > 0$  e numa região de falha  $g(\underline{X}) < 0$ , conforme mostra a **Figura 2.17**.



**Figura 2.17** – Região de falha e segurança separada pela função de estado limite

**Fonte:** Laranja e Brito (2003)

A probabilidade de falha pode ser obtida pela generalização, através da integração múltipla sobre todas as variáveis básicas:

$$p_f = p(G(R, S) \leq 0) = p[g(X_1, X_2, \dots, X_n) \leq 0] = \int \int \dots \int_{g(X_1, X_2, \dots, X_n) \leq 0} f_{X_1, \dots, X_n}(x_1, \dots, x_n) dx_1 \dots dx_n \quad (2.59)$$

em que  $f_X(x)$  é a função densidade de probabilidade conjunta para o vetor  $\mathbf{X}$ , de dimensão  $n$ , das variáveis básicas.

Se as variáveis básicas forem independentes, a relação acima pode ser simplificada, dado que:

$$f_x(x) = \prod_{i=1}^n f_{x_i}(x_i) = f_{x_1}(x_1) \cdot f_{x_2}(x_2) \cdot \dots \cdot f_{x_n}(x_n) \quad (2.60)$$

em que  $f_{x_i}(x_i)$  é a função densidade probabilidade conjunta para a variável básica  $X_i$ .

Ehlers (2003) afirma que integração analítica da equação (2.65) só é possível para casos muito raros. Geralmente, recorre-se a simplificações, a métodos numéricos ou a ambos em simultâneo, podendo estes incidir sobre o processo de integração, a função a integrar,  $f_x(x)$  ou a definição do domínio de falha.

Duas técnicas são utilizadas para essa avaliação. São elas: o método de simulação de Monte Carlo e os métodos do segundo momento, ou FOSM, *First Order Second Moment Reliability Method*.

Os métodos do segundo momento, FORM, *First Order Reliability Method* e SORM, *Second Order Reliability Method* apresentam alguns problemas em função da complexidade da análise, que gera dificuldades na determinação dos pontos de mínimo, a transformação de  $f_x(x)$  numa função densidade de probabilidade multinormal, e a utilização de processos de integração passo a passo para a obtenção de soluções aproximadas.

Por outro lado, Pulido et al, (1992) esclarece que a análise de confiabilidade estrutural, por envolver um grande número de variáveis aleatórias ou exigir uma grande quantidade de simulações, se depara, também, com a questão do custo computacional.

## 2.4.1 - MÉTODOS DE CONFIABILIDADE DE PRIMEIRA ORDEM SEGUNDO MOMENTO (*FOSM*)

Estes métodos são chamados de métodos do segundo momento, uma vez que as funções normais e multivariadas das variáveis básicas podem ser representadas apenas pelos seus dois primeiros momentos, isto é, a média e o desvio padrão.

Laranja e Brito (2003) admitem que, se as variáveis aleatórias  $X_i$  são independentes e normalmente distribuídas, a determinação da média de  $Z$ , é dada por:

$$\mu_Z = \mu_R - \mu_S \quad (2.61)$$

e o desvio padrão é obtido através de:

$$\sigma_Z = \sqrt{\sigma_R^2 + \sigma_S^2} \quad (2.62)$$

A equação de estado limite define a margem de segurança

$$Z = R - S \quad (2.63)$$

De acordo com Ditlevsen e Madsen (1996) a probabilidade de falha pode ser,

$$p_f = \Phi(-\beta) \quad (2.64)$$

onde  $\Phi$  é a função distribuição da normal reduzida.

Neste caso, o *índice de confiabilidade*, dado por,

$$\beta = \frac{\mu_z}{\sigma_z} \quad (2.65)$$

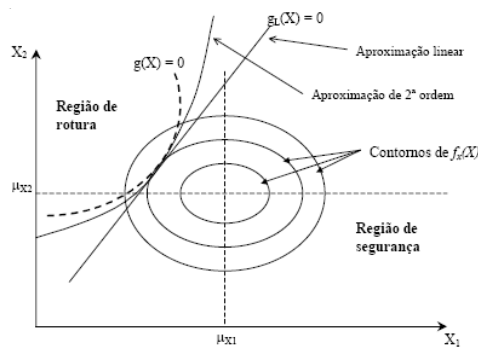
Porém, são freqüentes as situações em que a função de estado limite  $g(\underline{X})$  não é linear e, nestes casos, não são válidas as propriedades da lei Normal e, portanto, a média e a variância de  $g(\underline{X})$  não são as apresentadas. A resposta  $Z$ , resultante da aplicação da função não linear às variáveis  $X_i$ , também pode ser não normal.

Laranja e Brito (2003) explicam que, nestas condições, o valor de  $p_f$  obtido na equação 2.71 apenas pode ser considerado como a *probabilidade nominal de falha*  $p_{fN}$ , e, nestes casos, é preferível utilizar o índice de confiabilidade  $\beta$  como indicador da segurança.

Quando a aproximação é feita através da linearização de  $g(\underline{X})$ , obtendo-se uma função linear  $g_L(\underline{X})$  e as variáveis básicas envolvidas não são normalmente distribuídas ou são dependentes designam-se por métodos de confiabilidade de primeira ordem (*First Order Reliability Method - FORM*).

Quando se realizam aproximações não lineares para  $g(\underline{X})$ , através de funções parabólicas, quadráticas ou de ordem superior e as variáveis básicas envolvidas não são normalmente distribuídas ou são dependentes tem-se os chamados métodos de confiabilidade de segunda ordem (*Second Order Reliability Method - SORM*).

As interpretações geométricas de cada método são ilustradas na **Figura 2.18**.



**Figura 2.18** - Métodos de confiabilidade FORM e SORM

Fonte: Henriques, 2002, adaptada

Madsen e Tvedt (1990) afirmam que, sob certas condições, o método *FORM* é mais eficiente que o método de Monte Carlo comparando-os para análises estruturais. Wu e Riha (2004) aplicaram e verificaram esta afirmação na análise de confiabilidade de oleodutos submersos e corroídos.

Ditlevsen e Madsen (1996) esclarecem que a forma mais simples de obter os dois primeiros momentos (média e variância) de  $g(\underline{X})$  consiste em ajustar uma função linear aproximada no ponto mais representativo do problema em análise. Essa aproximação pode ser efetuada pelo desenvolvimento de  $g(\underline{X})$  em série de Taylor:

$$g_L(\underline{X}) = Z \cong a_0 + \sum_{i=1}^n a_i X_i \quad (2.66)$$

É comum usar como ponto representativo,  $\underline{X}^*$ , o ponto definido pelos valores médios de  $X_i$ . Então, calcula-se a média por:

$$\bar{Z} = a_0 + \sum_{i=1}^n a_i \bar{X}_i \quad (2.67)$$

e a variância por:

$$\sigma_z^2 = \sum_{i=1}^n a_i^2 \sigma_{X_i}^2 \quad (2.68)$$

Desta forma, é possível estimar o índice de confiabilidade através de,

$$\beta = \frac{a_0 + \sum_{i=1}^n a_i \bar{X}_i}{\sqrt{\sum_{i=1}^n a_i^2 \sigma_{X_i}^2}} \quad (2.69)$$

Esse método apresenta o inconveniente do valor de  $\beta$  depender do ponto representativo,  $X^*$ , no qual a aproximação linear é tangente à superfície limite não linear. Se o referido ponto não for o definido pelos valores médios das variáveis  $X_i$ , o hiperplano tangente à superfície limite será diferente e, por isso, o valor de  $\beta$  será outro.

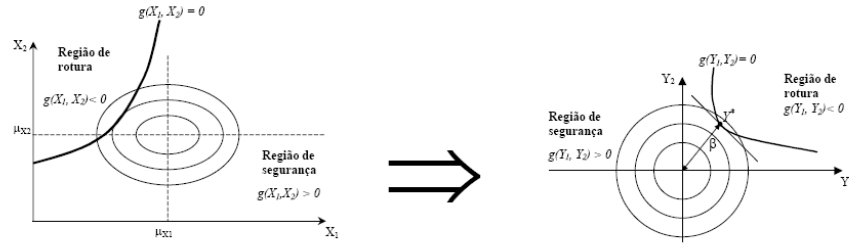
Henriques (2002) afirma que, para contornar o problema da variância de  $\beta$ , é usual recorrer à transformação Hasofer-Lind, que apresenta uma nova formulação do índice de confiabilidade, baseada na seguinte metodologia:

- i. Transformação de todas as variáveis básicas aleatórias,  $X_i$ , em variáveis normais reduzidas,  $Y_i$  (distribuições com média nula e variância unitária,  $N(0,1)$ ).
- ii. Definição da superfície limite,  $g(\underline{X})$ , no espaço das variáveis normais reduzidas,  $g(\underline{Y})$ ;
- iii. Determinação do ponto de dimensionamento,  $Y^*$ , da superfície limite,  $g(Y)$ , que se encontra mais próximo da origem, ou seja, dos valores médios;
- iv. Estimação do índice de confiabilidade,  $\beta$ , definido como a distância de  $Y^*$  à origem do espaço das normais reduzidas.

De acordo com Wu e Riha (2004) a transformação de todas as variáveis básicas aleatórias, normais e independentes, em variáveis normais reduzidas e independentes de forma a que  $\mu_{y_i} = 0$  e  $\sigma_{y_i} = 1$ , obtém-se por:

$$Y_i = \frac{X_i - \mu_{X_i}}{\sigma_{X_i}} \quad (2.70)$$

Esta transformação consiste na translação dos valores médios de  $X_i$  para a origem e na utilização dos desvios padrão das variáveis como unidades dos eixos respectivos. A representação gráfica desta transformação num espaço bidimensional é feita na **Figura 2.19**.



**Figura 2.19** – Transformação da função de estado limite do espaço das variáveis Normais reduzidas.

**Fonte:** Mahadevan, 1997

Mahadevan (1997) considera os termos de primeira ordem do desenvolvimento em série de Taylor da função,  $g(\underline{Y})$ , no ponto de dimensionamento,  $Y^*$ , e que  $g(Y^*) = 0$ , para obter:

$$g_L(Y) \cong \sum_{i=1}^n (Y_i - Y_i^*) \frac{\partial g}{\partial Y_i} = 0 \quad (2.71)$$

Sendo  $\mu_{y_i} = 0$  e  $\sigma_{y_i} = 1$ , e considerando as propriedades aditivas da lei normal, então:

$$\mu_{g_L}(Y) \cong - \sum_{i=1}^n Y_i^* \frac{\partial g}{\partial Y_i} = 0 \quad (2.72)$$

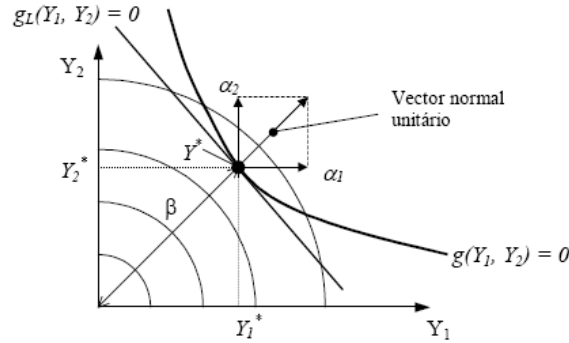
e, ainda:

$$\sigma_{g_L}^2(Y) \cong \sum_{i=1}^n \left( \frac{\partial g}{\partial Y_i} \right)^2 = 0 \quad (2.73)$$

Pode-se, agora, estimar o índice de confiabilidade através de:

$$\beta = \frac{\mu_{g_L}}{\sigma_{g_L}} = - \frac{\sum_{i=1}^n Y_i^* \frac{\partial g}{\partial Y_i}}{\left[ \sum_{i=1}^n \left( \frac{\partial g}{\partial Y_i} \right)^2 \right]^{1/2}} \quad (2.74)$$

É possível, ainda, recorrendo à interpretação geométrica do conceito de confiabilidade, proceder a uma análise da sensibilidade da função de estado limite,  $g(\underline{Y})$ , no ponto de dimensionamento,  $\underline{Y}^*$ , relativamente a cada uma das variáveis aleatórias,  $Y_i$ , conforme mostra a **Figura 2.20**.



**Figura 2.20** – Interpretação geométrica da sensibilidade de  $g(\underline{Y})$  relativa às variáveis  $Y_i$   
**Fonte:** Laranja e Brito, 2003

As componentes,  $v_i$ , de um vetor normal a um hiperplano definido por  $g(\underline{Y}) = 0$  são:

$$v_i = \frac{\partial g}{\partial Y_i} \quad (2.75)$$

e o seu comprimento total,  $l$ :

$$l = \sqrt{\sum_{i=1}^n v_i^2} = \sqrt{\sum_{i=1}^n \left( \frac{\partial g}{\partial Y_i} \right)^2} \quad (2.76)$$

Os cossenos diretores,  $r_i$ , do vetor normal unitário são:

$$r_i = \frac{v_i}{l} = \frac{\frac{\partial g}{\partial Y_i}}{\left[ \sum_{i=1}^n \left( \frac{\partial g}{\partial Y_i} \right)^2 \right]^{1/2}} \quad (2.77)$$

Ditlevsen e Madsen (1996) afirmam que, desta forma, é possível relacionar o índice de confiabilidade,  $\beta$ , com as coordenadas do ponto de dimensionamento,

$$Y_i^* = -\alpha_i \beta \quad (2.78)$$

Verifica-se assim que, se  $\alpha_i \approx 0$ , a função de estado limite quase não é influenciada pela variável  $Y_i$ . Se, ao contrário,  $\alpha_i$  se aproximar de 1 ou -1, a variável  $Y_i$  tem uma influência muito grande sobre o estado limite considerado. A expressão conduz, ainda,

$$\beta = -Y^{*T} \alpha \quad (2.79)$$

o que demonstra de forma evidente que  $\beta$  corresponde à mínima distância da origem à superfície limite, concretamente, ao ponto  $Y^*$ .

De acordo com Vanhazebrouck (2008), além da probabilidade de falha é possível obter algumas importantes medidas de sensibilidade do índice de confiabilidade em relação a variação dos parâmetros que definem a função de falha.

O fator de importância corresponde ao valor de cada variável aleatória na análise de confiabilidade considerada.

O fator de importância pode ser expresso como:

$$FI_i = \alpha_i^2 \quad (2.80)$$

onde  $\alpha_i$  é o cosseno diretor correspondente a variável do vetor normal a superfície de falha no ponto de projeto, no espaço reduzido.

Os fatores de sensibilidade paramétricos fornecem a variação do índice de confiabilidade ou a variação da probabilidade de falha quando ocorrem mudanças nos parâmetros que definem as distribuições de probabilidade das variáveis aleatórias envolvidas no problema. As medidas de sensibilidade apresentam grande importância, pois permitem determinar quais as variáveis aleatórias que apresentam maior influência na obtenção do índice de confiabilidade.



## 2.4.2 - MÉTODO DE CONFIABILIDADE DE PRIMEIRA ORDEM

Quando as variáveis envolvidas no problema de confiabilidade não são normalmente distribuídas e, por isso, não são suficientes os dois primeiros momentos (média e variância) para a sua caracterização, ou se não for admissível considerar a independência entre as variáveis básicas, a metodologia descrita anteriormente torna-se inadequada.

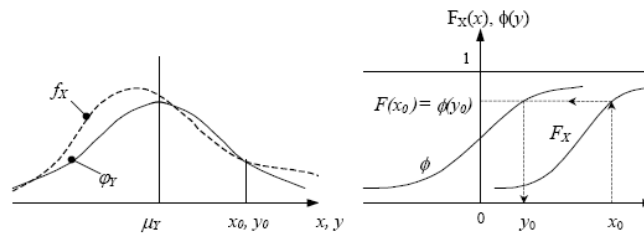
A necessidade de considerar a informação relativa às distribuições não normais e/ou à dependência entre as variáveis conduziu ao desenvolvimento das formulações FORM. Nas situações em que as variáveis envolvidas não são normalmente distribuídas, o procedimento habitual consiste em transformar cada uma das variáveis aleatórias não normais em variáveis aleatórias normais reduzidas. Uma forma possível para esta transformação é:

$$\Phi(y_i) = F_{X_i}(x_i) \quad (2.81)$$

ou seja:

$$y_i = \Phi^{-1}[F_{X_i}(x_i)] \quad (2.82)$$

em que  $F_{X_i}$  é a função distribuição da variável  $X_i$  e  $\Phi$  a função distribuição da lei normal reduzida. A aproximação é feita num ponto escolhido  $x_0$ , como na **Figura 2.21**.



**Figura 2.21** - Transformação de uma variável não normal numa variável normal reduzida

**Fonte:** Dai e Wang, 1992

Um dos métodos possíveis para fazer a aproximação é impor que a distribuição não normal e a distribuição normal a aproximar tenham a mesma média,  $\mu$ , e que conduzam à mesma probabilidade de falha. Se  $\underline{X}$  for a variável aleatória não normal e  $\underline{Z}$  a variável aleatória normal, a média de  $\underline{Z}$  será dada por:

$$\mu_Z = \mu_X = \mu \quad (2.83)$$

e o desvio padrão de  $\underline{Z}$ ,

$$\sigma_Z = \sigma_X \cdot \frac{\Phi^{-1}(p_f) - \mu}{F^{-1}(p_f) - \mu} \quad (2.84)$$

sendo a variável normal reduzida,  $Y$ , obtida pela transformação:

$$Y = \frac{Z - \mu_Z}{\sigma_Z} \quad (2.85)$$

Nas situações em que há dependência entre as variáveis básicas, é necessário proceder a uma transformação, de forma a obter um conjunto de variáveis independentes. Admita-se um conjunto de variáveis aleatórias correlacionadas,  $\underline{X}$ , caracterizado pela matriz de covariância,  $COV_X$ :

$$COV_X = \begin{bmatrix} V_{X_1} & COV(X_1, X_2) & \dots & COV(X_1, X_n) \\ \vdots & \vdots & \ddots & \vdots \\ COV(X_n, X_1) & COV(X_n, X_2) & \dots & V_{X_n} \end{bmatrix} \quad (2.86)$$

em que  $V_{X_i}$  é a variância da variável  $X_i$  e  $COV(X_i, X_j)$  é a covariância entre as variáveis  $X_i$  e  $X_j$ . Note que, se as variáveis  $X_i$  e  $X_j$  forem independentes, então  $COV(X_i, X_j) = 0$ .

É possível efetuar uma diagonalização da matriz  $COV_X$  através da seguinte transformação:

$$Y = T^T \cdot X \quad (2.87)$$

sendo  $T$  uma matriz ortogonal com vetores coluna iguais aos vetores próprios da matriz de covariância,  $C_X$ .

Com isso, obtém-se a matriz diagonal de covariância,  $C_Y$ , do conjunto de variáveis não correlacionadas (independentes),  $\underline{Y}$ :

$$COV_Y = T^T C_X T = \begin{bmatrix} V_{Y_1} & \dots & 0 \\ \vdots & \ddots & \vdots \\ 0 & \dots & V_{Y_n} \end{bmatrix} \quad (2.88)$$

Os elementos da diagonal da matriz,  $COV_Y$ , são iguais aos valores próprios da matriz de covariância das variáveis  $\underline{X}$ ,  $COV_X$ .

Pode-se obter os valores médios das variáveis independentes  $Y_i$ , por:

$$\begin{Bmatrix} E(Y_1) \\ \vdots \\ E(Y_n) \end{Bmatrix} = A^T \begin{Bmatrix} E(X_1) \\ \vdots \\ E(X_n) \end{Bmatrix} \quad (2.89)$$

## 2.5 - O MÉTODO DE MONTE CARLO

---

O nome desse método de simulação vem do Cassino de Monte Carlo que fica no principado de Mônaco. Esse é um dos mais famosos cassinos do mundo. A associação foi feita porque o método baseia-se no uso de números aleatórios, assim como as roletas encontradas nos cassinos.

Segundo Hammersley e Handscomb (1964) a primeira aplicação real do método de Monte Carlo surgiu durante o projeto Manhattan, na Segunda Guerra Mundial, para construção da bomba atômica americana, onde trabalharam Stan Ulam e John Von Neumann, precursores na aplicação do método de Monte Carlo. Citando Stan Ulam:

*“The question was what are the chances that a Canfield solitaire laid out with 52 cards will come out successfully? After spending a lot of time trying to estimate them by pure combinatorial calculations, I wondered whether a more practical method than abstract thinking might not be to lay it out say one hundred times and simply observe and count the number of successful plays.”*

Considerando-se o aspecto da técnica de simulação mecânico-estatística ela tem origem no artigo publicado em *The Journal of Chemical Physics Volume 21, Number 6*, de Metropolis et al, (1953), chamado: *“Equation of State Calculations by Fast Computing Machines”*.

Entretanto, de acordo com Vose (2000), o método já havia sido usado pelo estatístico W. S. Gosset, para estimar o coeficiente de correlação na sua distribuição *t* de Student.

Para Evans e Olson (1998), a simulação de Monte Carlo é basicamente um experimento amostral cujo objetivo é estimar a distribuição de resultados possíveis da variável aleatória, com base em uma ou mais variáveis de entrada que se comportam de forma probabilística e de acordo com alguma distribuição estipulada.

Já Law e Kelton (2000) definem a simulação de Monte Carlo como sendo uma abordagem que emprega números aleatórios para resolver problemas estocásticos ou determinísticos.

Pulido et al, (1992) afirmam que o Método de Monte Carlo é um método de amostragem artificial utilizado na solução de experimentos aleatórios, onde se tem conhecimento das distribuições de probabilidade das variáveis envolvidas e que tem sido utilizado para determinar a confiabilidade de sistemas estruturais.

Para Henriques (2002) o método de Monte Carlo, de acordo com os Eurocódigos é um método de simulação de nível 3, que pode ser utilizado na generalidade dos problemas práticos, permitindo considerar diretamente qualquer tipo de distribuição de probabilidade para as variáveis aleatórias e permitindo obter a probabilidade de falha de forma precisa sendo, também, de fácil implementação.

Segundo Mahadevan (1997), no domínio da confiabilidade estrutural, esta técnica tem sido utilizada como forma de validação dos métodos analíticos *FORM* e *SORM* e como solução aproximada de sistemas de grande dimensão e complexidade, para os quais as aproximações analíticas não são de fácil obtenção.

Papadrakakis e Papadopoulos (1995) afirmam que, em relação ao método de Monte Carlo, embora seja de fácil implementação e absolutamente geral, o grande número de simulações pode exigir um tempo de processamento elevado, o que pode tornar sua aplicação inviável. Esse problema tem sido resolvido através de técnicas de redução de variância.

Kaviski e Cumin (2008) confirmam que o método de simulação Monte Carlo é usado para solucionar problemas de determinação de parâmetros de populações por meio do uso de seqüências de números aleatórios e, algumas técnicas que são usadas nesta simulação têm por objetivo reduzir a variância dos estimadores.

Cardoso et al, (2003) consideram a sua vantagem, quando comparado com os métodos *FORM/SORM* pois permite obter de forma exata a probabilidade de falha, levando em consideração a descrição probabilística conjunta das variáveis aleatórias que afetam o comportamento da estrutura.

Ehlers (2003) aplica o método de Monte Carlo para estimar o valor de uma integral definida através do seu valor esperado, isto é, para estimar o resultado numérico de uma integral definida de uma função  $g(x)$ , no intervalo  $(a, b)$ .

Assim tem-se que:

$$I = \int_a^b g(x)dx = \int_a^b (a-b)g(x) \frac{1}{(b-a)}dx = (b-a)E[g(X)] \quad (2.90)$$

sendo  $\underline{X}$  uma variável aleatória com distribuição uniforme  $f(a, b)$ .

Desta forma, transformou-se o problema de avaliar a integral no problema estatístico de estimar uma média,  $E[g(\underline{X})]$ .

Quando se dispõe de uma amostra aleatória de tamanho  $n$ ,  $x_1, \dots, x_n$  da distribuição, no intervalo  $(a, b)$  pode-se obter, também, uma amostra de valores  $g(x_1), \dots, g(x_n)$  da função  $g(x)$  e a integral acima pode ser estimada pela média amostral, isto é,

$$\hat{I} = (b-a) \frac{1}{n} \sum_{i=1}^n g(x_i) \quad (2.91)$$

A generalização é simples para o caso de outra distribuição de probabilidade  $g(x)$ , cuja função densidade de probabilidade seja  $p(x)$ , ou seja,

$$I = \int_a^b g(x)p(x)dx = E[g(x)] \quad (2.92)$$

A variância pode ser estimada como,

$$\sigma^2 = \frac{1}{n^2} \sum_{i=1}^n (g(x_i) - \bar{g})^2 \quad (2.93)$$

isto é, a aproximação pode ser tão acurada quanto se deseja bastando aumentar o valor de  $n$ .

Para  $n$  grande segue que

$$\frac{\bar{g} - E[g(X)]}{\sqrt{\sigma^2}} \quad (2.94)$$

tem distribuição aproximadamente  $N(0, 1)$ .

Assim, pode-se usar este resultado para testar a convergência e construir intervalos de confiança.

No caso multivariado a extensão também é direta, isto é, sendo  $x = (x_1, \dots, x_k)'$  um vetor aleatório de dimensão  $k$  com função de densidade  $p(x)$ . O que acontece é que na simulação Monte Carlo as variáveis aleatórias são múltiplas. Para contabilizar o resultado da simulação de diversas variáveis aleatórias basta fazer o seu somatório, ou seja, a cada iteração tem-se o somatório destas variáveis.

O somatório das variáveis aleatórias só é possível devido ao Teorema do Limite Central que, sob condições gerais, estabelece que a função de distribuição acumulada de uma soma de variáveis aleatórias independentes aproxima-se da distribuição acumulada de uma variável aleatória Gaussiana. Ou seja, pouco importa a distribuição de probabilidade de cada variável aleatória independente correspondente a cada risco analisado, o somatório das mesmas resulta sempre em uma distribuição Normal, isto na prática significa que o resultado da simulação de Monte Carlo responde à uma curva normal de distribuição de probabilidade.

Neste caso os valores gerados serão também vetores  $x_1, \dots, x_n$  e o estimador de Monte Carlo fica,

$$I = \frac{1}{n} \sum_{i=1}^n g(x_i) \quad (2.95)$$

Por outro lado, Laranja e Brito (2003) afirmam que o Método de Monte Carlo é uma técnica de simulação numérica, que tem por objetivo a obtenção dos parâmetros estatísticos das variáveis de saída, resultantes do modelo computacional de um sistema, sendo dados os parâmetros estatísticos das variáveis básicas de entrada do modelo. Em cada ciclo de simulação, são gerados valores para as variáveis básicas de entrada, obedecendo às respectivas distribuições, e são calculados os valores das variáveis de saída pelo modelo computacional. É realizado um determinado número de ciclos, sendo o conjunto dos resultados obtidos utilizado para estimar parâmetros estatísticos das variáveis de saída.

Para obter a estimativa da probabilidade de falha associada a um estado limite definido por uma função,  $g(\underline{X})$ , a simulação pelo método de Monte Carlo consiste na aplicação do seguinte algoritmo:

- i. Geração de valores para as variáveis básicas de entrada de acordo com as respectivas funções de distribuição.

- ii. Estimação da função de estado limite  $g(\underline{X})$  com os valores amostrais, obtendo-se  $g(X_i)$ ,  $i = 1, 2, \dots, N$ , onde  $N$  é um número muito grande. A ordem de  $N$  deve ser de 10.000 ou mais.
- iii. Verificação da ocorrência da violação do estado de segurança ou seja,  $g(X_i) \leq 0$ , para  $i = 1, 2, \dots, N \rightarrow \infty$ .
- iv. Contagem do número de vezes em que é ultrapassado o estado limite,  $N\#[g(\underline{X}) \leq 0]$ .
- v. Estimativa da probabilidade de falha média, através de:

$$\bar{p}_f = p[g(x) \leq 0] = \frac{N\#[g(x) \leq 0]}{N} \quad (2.96)$$

O número de simulações a realizar,  $N$ , depende, sobretudo, da ordem de grandeza da probabilidade de falha,  $p_f$ , e da função que descreve a função de falha,  $g(\underline{X})$ .

Valores muito pequenos de  $p_f$  conduzem a valores elevados de  $N$ , sendo este o principal inconveniente apontado ao Método de Monte Carlo. Também a irregularidade de  $g(\underline{X})$  pode provocar um aumento do número de simulações necessário.

Admitindo que o gerador de números pseudo-aleatórios utilizado garanta as propriedades de independência e de uniformidade, tem-se resultados exatos quando o número de simulações tende para infinito:

$$\bar{p}_f = p[g(x) \leq 0] = \lim_{N \rightarrow \infty} \frac{N\#[g(x) \leq 0]}{N} \quad (2.97)$$

É possível, também, determinar os momentos estatísticos do conjunto dos resultados das  $N$  simulações, e ajustar uma função de probabilidade teórica, a partir da qual se pode determinar o valor de  $p_f$ .

Outro importante detalhe a ser levado em conta para a qualidade dos resultados obtidos com a simulação é a escolha do modelo, ou seja, da melhor distribuição de probabilidade para cada risco analisado.

A partir dos dados e informações sobre o problema é possível usar métodos estatísticos como testes de aderência ou softwares de ajuste de curvas para encontrar a distribuição de probabilidade que melhor representa um determinado histórico.

### 2.5.1 - TÉCNICA DE SIMULAÇÃO PURA

A Técnica de Simulação Pura do método de Monte Carlo permite obter uma estimativa da probabilidade de falha, dada por

$$p_f = \int_{g(X) \leq 0} I[g(X) \leq 0] f_X(X) dX \quad (2.98)$$

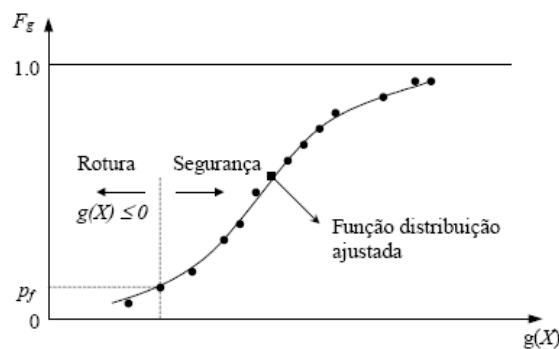
onde,  $I = 1$ , se  $g(x) \leq 0$  (região de falha) ou  $I = 0$ , se  $g(x) > 0$  (região de segurança).

De acordo com Melchers (1999) a integral da equação 2.104 pode ser aproximada para valores discretos da simulação,

$$p_f \cong \tilde{p}_f = \frac{1}{N} \sum_{i=1}^N I[g(\hat{X}^{(i)}) \leq 0] \quad (2.99)$$

onde  $N$  é o número de simulações e  $\hat{X}^{(i)}$  é o vetor das variáveis básicas para a simulação  $i$ .

Os resultados podem ser expressos por curvas de frequências acumuladas,  $F_g$ , conforme mostrado na **Figura 2.22**.



**Figura 2.22** - Curvas de frequências acumuladas

**Fonte:** Melchers, 1999

Verifica-se que, quanto menor for a probabilidade de falha, menor é o número de observações prováveis na região de interesse,  $g(X) \leq 0$ , ou seja, a grande maioria das simulações localiza-se na região de segurança. Uma maneira de aumentar o número de localizações na região de falha é aumentar o número total de simulações,  $N$ .



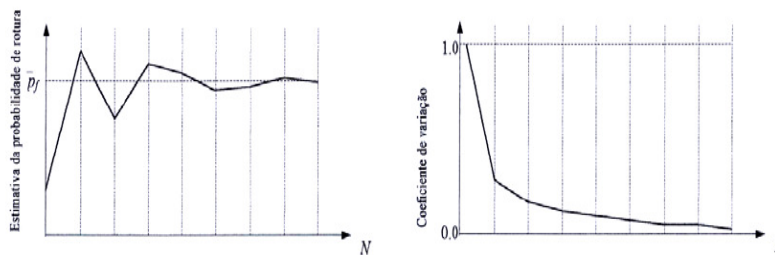
Assumindo que cada simulação constitui uma prova de Bernoulli, o número de vezes que o estado limite é atingido ou ultrapassado obedece a uma distribuição binomial, logo, a variância de  $\bar{p}_f$  pode ser calculada aproximadamente por:

$$\sigma_{\bar{p}_f}^2 = \frac{(1 - \bar{p}_f) \bar{p}_f}{N} \quad (2.100)$$

É recomendável exprimir a precisão estatística da estimativa da probabilidade de falha através do coeficiente de variação:

$$CV_{\bar{p}_f} = \frac{\sqrt{\frac{(1 - \bar{p}_f) \bar{p}_f}{N}}}{\bar{p}_f} \quad (2.101)$$

A **Figura 2.23** ilustra a estabilização da estimativa da probabilidade de falha e do coeficiente de variação com o aumento do número de simulações.



**Figura 2.23** - Exemplo da variação da estimativa da probabilidade de falha e do coeficiente de variação com o número de simulações

**Fonte:** Laranja e Brito, 2003

Um dos métodos mais frequentes para estimar o valor inicial de  $N$  é o sugerido por Laranja e Brito (2003):

$$N > \frac{-\ln(1-c)}{p_f} \quad (2.102)$$

onde  $c$  é o nível de confiança da estimativa de  $p_f$ . Por exemplo, para valores de probabilidade de falha na ordem de  $10^{-4}$  e  $10^{-5}$ , e admitindo um nível de confiança  $c = 95\%$ , o número de simulações será  $N > 30\,000$  e  $N > 299\,600$ , respectivamente.

Outra expressão conhecida que indica o erro da estimativa de  $p_f$  para o número de simulações utilizado,  $N$ , com um nível de confiança de 95% é dada por:

$$erro(\%) = 200 \sqrt{\frac{1 - p_f}{N \cdot p_f}} \quad (2.103)$$

## 2.5.2 - TÉCNICAS DE REDUÇÃO DA VARIÂNCIA

Para Laranja e Brito (2003) algumas técnicas possibilitam reduzir significativamente o número de simulações para um determinado valor da variância, ou, reduzir os valores da variância para um determinado número de simulações.

Para Kaviski e Cumin (2008), com o uso das técnicas de redução de variância, o tempo de processamento necessário para obter resultados equivalentes em precisão aos determinados, sem o uso de tais técnicas, é reduzido em mais de 85%.

### 2.5.2.1 – MONTE CARLO ASSOCIADO A AMOSTRAGEM POR IMPORTÂNCIA

De acordo com Ehlers (2003), em muitas situações pode ser muito oneroso ou mesmo impossível simular valores da distribuição de interesse  $p(x)$ . Neste caso, pode-se recorrer a uma função  $h(x)$  que seja de fácil amostragem, usualmente chamada de *função de importância*. O procedimento é comumente chamado de *amostragem por importância*.

Para Ang e Tang (1976) pode-se reescrever o integral múltiplo da equação 2.98 da seguinte forma:

$$p_f = \int_{g(\underline{X}) \leq 0} I[g(\underline{X}) \leq 0] \frac{f_X(\underline{X})}{h(\underline{X})} h(\underline{X}) d\mathbf{x} \quad (2.104)$$

em que  $h(\underline{X})$  representa a função densidade de probabilidade da sub-região do espaço amostral onde se aplicam as técnicas de simulação.

Pode-se, também, expressar  $p_f$  como um valor esperado, ou seja:

$$p_f = E \left\{ I[g(\underline{X}) \leq 0] \frac{f_X(\underline{X})}{h(\underline{X})} h(\underline{X}) \right\} = E \left[ I \frac{f}{h} \right] \quad (2.105)$$

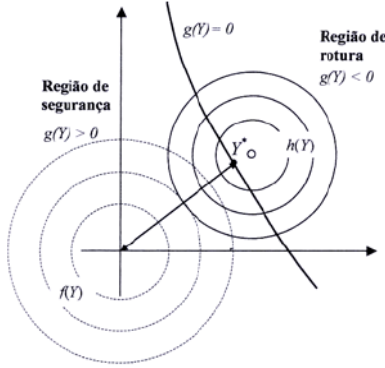
e, para técnicas discretas de simulação, tem-se:

$$\tilde{p}_f = \frac{1}{N} \left\{ \sum_{i=1}^N I[g(\hat{X}^{(i)}) \leq 0] \frac{f_X(X^{(i)})}{h(X^{(i)})} \right\} \quad (2.106)$$

É possível obter a variância associada a  $\tilde{p}_f$  :

$$\sigma_{\tilde{p}_f}^2 = \frac{\int_{g(X) \leq 0} \frac{f_X^2(X)}{h(X)} dX - \tilde{p}_f^2}{N} \quad (2.107)$$

Uma escolha adequada da função  $h(X)$  conduz a valores reduzidos da variância de  $p_f$ , mesmo para valores pequenos de  $N$ . A **Figura 2.24** mostra a representação gráfica desta técnica.



**Figura 2.24** – Amostragem por importância em torno do ponto de dimensionamento, no espaço das variáveis normais reduzidas

**Fonte:** Laranja e Brito, 2003

Em princípio não há restrições quanto à escolha da densidade de importância  $h$ , porém, na prática, Kaviski e Cumin (2008) mostram que a escolha ótima no sentido de minimizar a variância do estimador consiste em tomar,

$$h(x) \propto g(x).p(x) \quad (2.108)$$

### 2.5.2.2 – AMOSTRAGEM ESTRATIFICADA

Para Ang e Tang (1976), o método de amostragem estratificada é baseado no teorema da probabilidade total sendo o domínio da função de estado limite dividido num número  $k$  de regiões disjuntas ( $R_1, R_2, \dots, R_k$ ). A probabilidade de falha associada a cada região é:

$$p_{f_{Ri}} = \int_{R_i} f_{\underline{X}}(\underline{X})h(\underline{X})d\underline{X} \quad (2.109)$$

e a probabilidade de ocorrer cada região:

$$p_i = \int_{R_i} h(\underline{X})d\underline{X} \quad (2.110)$$

A probabilidade total de falha será então:

$$\tilde{p}_f = \sum_{i=1}^N \frac{p_i}{N_i} \sum_{j=1}^{N_i} f_{\underline{X}}(X^{(j)}) \quad (2.111)$$

com uma variância associada de:

$$\sigma_{\tilde{p}_f}^2 = \sum_{i=1}^k \frac{p_i^2}{N_i} \sigma^2[f_{\underline{X}}^{(i)}(x)] = \sum_{i=1}^k \frac{p_i^2 \sigma^2}{N_i} \quad (2.112)$$

em que:

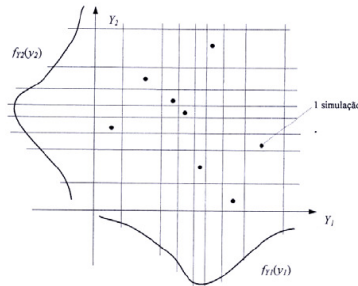
$$\sigma_i^2 = \sigma^2[f_{\underline{X}}^{(i)}(x)] = \frac{1}{p_i} \int_{R_i} f_{\underline{X}}^2(\underline{X})h(\underline{X})d\underline{X} - \frac{p_{f_i}^2}{p_i^2} \quad (2.113)$$

e  $N_i$  representa o número de simulações a efetuar na região  $R_i$ .

Inserido neste tipo de técnicas encontra-se um dos métodos mais utilizados, conhecido como *Latin Hypercube Sampling (LHS)*, cuja base é a total estratificação da distribuição amostrada com uma seleção aleatória dentro de cada estrato.

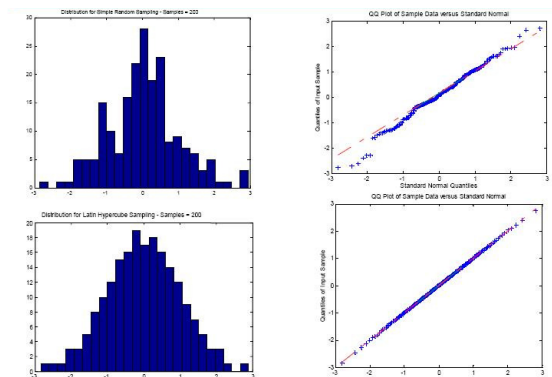
De acordo com Vose (2000), os resultados deste método são adequados apenas quando as variáveis básicas envolvidas na definição da função de estado limite têm uma distribuição aproximadamente normal.

Este método baseia-se na divisão do domínio de cada variável aleatória em  $k$  intervalos disjuntos, com igual probabilidade de ocorrência. Cada intervalo é representado pelo valor correspondente ao seu centro de gravidade, definido de acordo com a função densidade de probabilidade. A **Figura 2.25** ilustra esta formulação.



**Figura 2.25** - Amostragem estratificada - Método do Hipercubo Latino  
**Fonte:** Laranja e Brito, 2003

A **Figura 2.26** apresenta duas amostras aleatórias de uma distribuição normal, uma obtida com *Simple Random Sampling* e outra com *Latin Hypercube Sampling*. Mostra-se, também o histograma e no gráfico do QQ - plot, teste básico de normalidade.



**Figura 2.26** – Histograma e gráfico QQ-plot para SRS e LHS  
**Fonte:** Law e Kelton, 2000

A amostra obtida com *Latin Hypercube Sampling* é mais representativa da distribuição normal que a obtida com *Simple Random Sampling*. Com *Latin Hypercube Sampling* são necessárias menos amostras para representar uma distribuição normal do que seria necessário usando *Simple Random Sampling*.

## 2.5.3 - MÉTODOS DE REAMOSTRAGEM

De acordo com Ehlers (2003) existem distribuições para as quais é muito difícil ou mesmo impossível simular valores. A idéia dos métodos de reamostragem é gerar valores em duas etapas. Na primeira etapa geram-se valores de uma distribuição auxiliar conhecida. Na segunda etapa utiliza-se um mecanismo de correção para que os valores sejam representativos (ao menos aproximadamente) da distribuição *a posteriori*.

O mecanismo de verificação entre os valores obtidos (a *posteriori*) e os gerados (a *priori*) é o teste de hipóteses entre as hipóteses  $H_0$ : o valor gerado corresponde a distribuição esperada *versus*  $H_1$ : o valor gerado não corresponde a distribuição esperada.

### 2.5.3.1 - MÉTODO DE REJEIÇÃO

O método de rejeição consiste em gerar um valor  $\theta^*$  da distribuição auxiliar  $q$  e aceitar este valor como sendo da distribuição *a posteriori* com probabilidade  $p(\theta|x)/Aq(\theta)$ . Se,  $\theta^*$  não é aceito como um valor gerado *a posteriori* o processo é repetido até que um valor seja aceito.

Um problema técnico associado ao método é a necessidade de se maximizar a função de verossimilhança o que pode não ser uma tarefa simples em modelos mais complexos. Outro problema é que a taxa de aceitação pode ser muito baixa, isto é, teremos que gerar muitos valores da distribuição auxiliar até conseguir um número suficiente de valores *a posteriori*.

### 2.5.3.2 - REAMOSTRAGEM PONDERADA

Estes métodos usam a mesma idéia de gerar valores de uma distribuição auxiliar, porém sem a necessidade de maximização da verossimilhança. A segunda amostra de tamanho  $m$  com probabilidades  $w_1, \dots, w_n$ , tal que os pesos se simplificam para:

$$w_i = \frac{p(x|\theta_i)}{\sum_{j=1}^n p(x|\theta_j)}, i = 1, \dots, n \quad (2.114)$$

## 2.5.4 - NÚMEROS ALEATÓRIOS

Para LaValle (2006), a base para o processo de amostragem realizado nas simulações de Monte Carlo é a geração de números aleatórios. É a partir desse mecanismo que são produzidas as distribuições das variáveis de interesse, tomando por base as premissas e as distribuições associada às variáveis de entrada, bem como a inter-relação entre as mesmas.

Chaves Neto (2006) considera que as variáveis linearmente independentes são aquelas cuja função de probabilidade conjunta é o produto da função densidade de probabilidade de cada variável envolvida e, desde que a população tenha densidade homogênea, a amostra é dita aleatória. É naturalmente relevante que resultados com base numa amostra aleatória são válidos para a população desde que esta tenha sido o objeto da amostra.

Para Buratto (2005) um número aleatório é definido como sendo um número uniformemente distribuído entre 0 e 1. No entanto, os computadores não possuem a capacidade de gerar números realmente aleatórios, visto que fazem uso de um algoritmo para gerar uma sequência de números. Em razão disso, os números gerados são comumente chamados de números pseudo-aleatórios.

De acordo com Law e Kelton (2000), um algoritmo gerador de números aleatórios deve produzir números uniformemente distribuídos entre 0 e 1 e não possuírem correlação entre eles. Portanto, previamente à execução da simulação, deve-se verificar se o gerador de números aleatórios a ser usado satisfaz esta condição, seja através de testes ou de referências confiáveis, ou seja, são necessários testes para verificar a eficácia de um gerador de números aleatórios. Estes testes são: aleatoriedade e correlação.

Para o método de Monte Carlo quanto maior o número de iterações tanto melhor. Mesmo assim seria interessante estimar um mínimo necessário de iterações para um erro estipulado. Então o número de iterações pode ser dado por,

$$N = \left( \frac{3\sigma}{\varepsilon} \right)^2 \quad (2.115)$$

A faixa superior de  $\sigma$  pode ser estimada calculando-se o desvio padrão entre o  $C_{min}$  e o  $C_{max}$  e o valor médio. Estipula-se então, um erro relativo (em %)  $\varepsilon$ . O erro total absoluto pode ser calculado como a média da variável aleatória vezes seu erro relativo. Isto significa que um número consideravelmente maior deve ser levado em conta para um bom resultado da simulação.

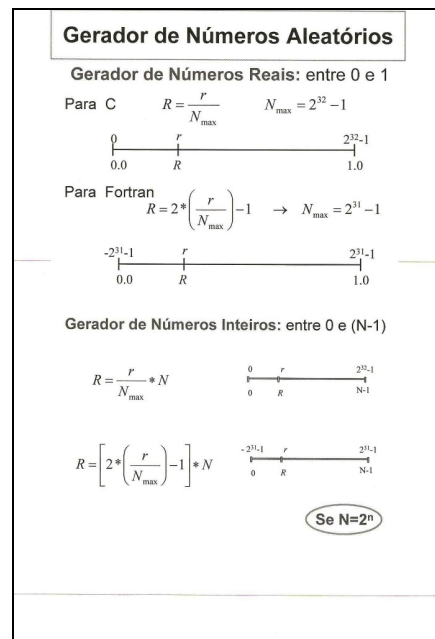
O algoritmo mais simples de geração de números aleatórios baseia-se nas operações binárias e são chamados congruenciais lineares, propostos por D. W. Lehmer (1951). A fórmula de recorrência considera um número inteiro positivo  $r_0$  (semente), e gera uma seqüência pela regra:

$$r_{n+1} = (a * r_n + c) * \text{mod } m, \text{ onde } a \text{ mod } b = \text{resto} \left( \frac{a}{b} \right) \quad (2.116)$$

De acordo com Barros (2005), valores típicos e testados de  $a$  para 16 e 32 bits, são: 16807 (Park e Muller), 65539 (IBM RANDU), 69621 e 1103514245. Para 64 bits os valores podem ser  $13^{13}$  e 44485709377909. Assim se a semente é ímpar, temos,

$$r_{n+1} = 16807 * r_n \text{ ou } r_{n+1} = 65539 * r_n \quad (2.117)$$

A **Figura 2.27** mostra o esquema de geradores para as linguagens C e Fortran:



**Figura 2.27** – Esquema de geradores de números Reais e Inteiros em C e Fortran



Se  $c = 0$ , tem-se o método da congruência multiplicativo, proposto por D. W. Lehmer (1951) obtendo o número inteiro aleatório  $x_{n+1}$  a partir do número inteiro  $x_n$ , mediante uma relação de recorrência do tipo

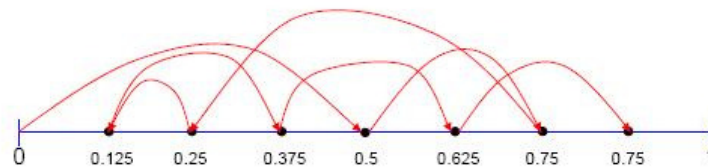
$$r_{n+1} = (a * r_n) * \text{mod } m \quad (2.118)$$

A sequência gerada só será satisfatória se forem escolhidos valores convenientes para  $a$ ,  $m$  e  $r_0$

Para obter números aleatórios entre zero e um, pode-se dividir em ponto flutuante, cada número obtido por  $m$ , assim gerando números reais  $(r_{n+1}/m)$ .

Alguns modelos de geração de números aleatórios incluem as técnicas de redução da variância e tem a finalidade de acelerar a convergência. Estes modelos são conhecidos como Sequências de Baixa Discrepância ou Quase Monte-Carlo (QMC) onde o conceito da baixa discrepância é associado com a propriedade que os números sucessivos estão em uma posição evitando aglomerar-se ou perto de outros.

Assim cada ponto deve maximizar a separação de qualquer outro e a função do gerador de números é preencher os maiores espaços entre os números precedentes da sequência. A sequência de van der Corput é uma sequência de baixa discrepância unidimensional básica, como mostra a **Figura 2.28**.



**Figura 2.28** – Sequência de baixa discrepância ou Quase-Monte Carlo (QMC) em base 2 de Van der Corput.

**Fonte:** Law e Kelton, 2000

Para gerar sequência de baixa discrepância multi-dimensional podem ser usadas as sequências de Halton (1960), Faure (1982), Sobol (1967) e Niederreiter (1992). A sequência de Van der Corput base 2 é a primeira dimensão da sequência de Halton.

O processo da construção de novas sequências de baixa discrepância envolve subdividir a unidade do hipercubo em volumes secundários e constantes, que tem as

suas faces paralelas às faces dos hipercubos. A idéia é colocar um número em cada um destes volumes secundários antes de ir a uma grade mais fina.

A sequência de Halton usa uma base prima diferente para cada dimensão. Para a primeira dimensão usa-se base 2, para a segunda dimensão usa-se a base 3, e assim por diante. Uma base mais elevada significa maior número de ciclos e um tempo computacional mais elevado. As sequências de Halton de dimensão elevada apresentam uma degradação na dispersão dos pontos.

As sequências de Faure e de Sol mudam de dimensão com uma permutação dos vetores quase aleatórios, o que é, requisito dentro de cada dimensão.

A sequência de Faure é similar a sequência de Halton com duas diferenças: usa só uma base para todas as dimensões e usa uma permutação do vetor de elementos para cada dimensão:

$$a_i^d(n) = \sum_{j \geq i}^m \frac{j!}{i!(j-i)!} a_j^{d-1}(n) \bmod b \quad (2.119)$$

A sequência de Sobol, como a sequência de Faure, tem a mesma base para todas as dimensões e pretende reordenar o vetor de elementos dentro de cada dimensão. A sequência de Sobol é mais simples e mais rápida do que a sequência de Faure no sentido que usa a base 2 para todas as dimensões.

A Expansão de Caos Polinomial é um método que permite aproximar um processo estocástico empregando polinômios ortogonais em termos de variáveis aleatórias. A questão é determinar a ordem mais adequada e depois, estimar os valores dos termos, ou seja, métodos de colocação. A colocação probabilística (PCM) emprega as raízes dos polinômios de Hermite de grau  $(np + 1)$  como pontos de colocação. Considera-se método ótimo para casos unidimensionais.

A regressão com Amostragem Melhorada (RMIS) procura pontos de colocação a partir de regiões de alta probabilidade. Para casos multidimensionais é mais robusto do que o PCM.

Em relação ao modelo de Caos Homogêneo, proposto por Wiener (1938) as vantagens são que a implementação é simples, independente do modelo e a eficiência é similar aos métodos de perturbação e o número de simulações comparado com Monte Carlo.

### 3 – MATERIAL E MÉTODOS

Na **Tabela 3.1** encontram-se os valores e o tipo da distribuição assumida para cada variável, conforme *Reliability Estimation of Pressurised Pipelines subject to Localised Corrosion Defects*, Ahammed (1996). Todas as variáveis têm distribuição normal, com exceção da tensão de escoamento do aço X52, onde a distribuição lognormal é indicada como o modelo adequado.

**Tabela 3.1** – Variáveis aleatórias e seus parâmetros usados por Ahammed (1996)  
**Fonte:** Ahammed (1996)

Variável	Descrição	Função Densidade de Probabilidade	Média	Coefficiente de Variação
$d_0$	Profundidade do defeito inicial	Normal	3 mm	0,1
$D$	Diâmetro do duto	Normal	600 mm	0,03
$L_0$	Comprimento do defeito inicial	Normal	200 mm	0,05
$P_a$	Pressão interna	Normal	5 MPa	0,1
$\sigma_{esc}$	Tensão de escoamento do material do duto	Lognormal	423 Mpa	0,067
$t$	Espessura da parede do duto	Normal	10 mm	0,05
$R_d$	Taxa de corrosão radial	Normal	0,10 mm/ano	0,2
$R_a$	Taxa de corrosão longitudinal	Normal	0,10 mm/ano	0,2

É importante citar que Ahammed (1996) considerou a taxa de crescimento do defeito de corrosão em estado estacionário definidos por:

$$R_d = \frac{\Delta d}{\Delta T} \quad (3.1)$$

$$R_L = \frac{\Delta L}{\Delta T} \quad (3.2)$$

onde  $R_d$  é a taxa de corrosão em seu estado estacionário na direção da profundidade do defeito ou taxa de corrosão radial, e  $R_L$  é a taxa de corrosão em seu estado estacionário

na direção do comprimento do defeito, ou taxa de corrosão longitudinal, considerando-se ainda que  $\Delta d$  é a diferença entre duas medidas de profundidade do defeito,  $\Delta L$  é diferença entre duas medidas de comprimento do defeito e  $\Delta T$  é a diferença de tempo entre duas destas medidas.

Os valores de  $R_d$  e  $R_L$  são utilizados para estimar a profundidade do defeito ( $d$ ) e o comprimento do defeito ( $L$ ) em qualquer tempo no futuro:

$$d = d_0 + R_d \cdot (T - T_0) \quad (3.3)$$

$$L = L_0 + R_L \cdot (T - T_0) \quad (3.4)$$

Ahammed (1996) define a função de falha dada por:

$$Z = P_f - P_a \quad (3.5)$$

onde  $P_a$  é a pressão aplicada pelo fluido no duto e  $P_f$  é a pressão de falha.

Esta formulação significa que se  $Z$  assume valores positivos a tubulação está segura, porém se  $Z$  assume valores negativos a tubulação está em um estado de falha.

Ahammed (1996) apresentou um critério de determinação da pressão de falha ( $p_f$ ) que se baseia na norma B31G modificada, adotando um valor unitário para o fator  $\alpha$ . Utilizando uma aproximação linear para a taxa de corrosão, a pressão de falha é dada por:

$$P_f = (\sigma_y + 68,95 MPa) \frac{2t}{D} \left[ \frac{1 - \left( \frac{d_0 + R_d \cdot (T - T_0)}{t} \right)}{1 - \left( \frac{d_0 + R_d \cdot (T - T_0)}{t} \right) M^{-1}} \right] \quad (3.6)$$

sendo  $L_0 + R_L \cdot (T - T_0) \leq \sqrt{50Dt}$  (defeitos curtos)

$$M = \sqrt{1 + 0,6275 \cdot \left( \frac{L^2}{D \cdot t} \right) - 0,003375 \cdot \left( \frac{L^2}{D \cdot t} \right)^2} \quad (3.7)$$

e,  $L_0 + R_a \cdot (T - T_0) > \sqrt{50Dt}$  (defeitos longos)

$$M = 3,3 + 0,032 \frac{(L_0 + R_a \cdot (T - T_0))^2}{Dt} \quad (3.8)$$

Portanto a função de falha é dada por:

$$Z = (\sigma_y + 68,95MPa) \frac{2t}{D} \left[ \frac{1 - \left( \frac{d_0 + R_d \cdot (T - T_0)}{t} \right)}{1 - \left( \frac{d_0 + R_d \cdot (T - T_0)}{t} \right) M^{-1}} \right] - P_a \quad (3.9)$$

Os parâmetros considerados como variáveis aleatórias foram: diâmetro do duto ( $D$ ), espessura da parede ( $t$ ), comprimento inicial do defeito ( $L_0$ ), profundidade inicial do defeito ( $d_0$ ), taxa de corrosão radial ( $R_d$ ), taxa de corrosão longitudinal ( $R_a$ ), tensão de escoamento do material ( $\sigma_y$ ) e a pressão interna ( $P_a$ ).

A análise de confiabilidade, isto é, a estimativa da probabilidade de falha e do índice de confiabilidade, é efetuada por Vanhazebrouck (2008) comparando com os resultados obtidos por Ahammed (1996) para diversos valores de tempo. Os resultados obtidos podem ser verificados através da **Tabela 3.2**.

**Tabela 3.2** – Índice de confiabilidade e probabilidade de falha obtida por *FORM*  
**Fonte:** Vanhazebrouck (2008)

Descrição		20 anos	30 anos	40 anos	50 anos
Índice de Confiabilidade	Ahammed	5,442	3,777	2,226	0,973
	Vanhazebrouck	5,4419	3,771	2,2256	0,97305
Probabilidade de Falha	Ahammed	2,64E-08	7,95E-05	0,013	0,1653
	Vanhazebrouck	2,64E-08	7,93E-05	0,01322	0,16526

Uma segunda análise foi efetuada através do cálculo do fator de importância ou sensibilidade. A **Tabela 3.3** apresenta a contribuição de cada uma das variáveis aleatórias para o cálculo do índice de confiabilidade para diferentes tempos de exposição, conforme obtido por Vanhazebrouck (2008).

**Tabela 3.3** – Fatores de importância obtidos por FORM, Vanhazebrouck (2008)

**Fonte:** Vanhazebrouck (2008)

Variável	Descrição	10 anos	20 anos	30 anos	40 anos	50 anos	60 anos
$d_0$	Profundidade do defeito inicial	12,5469	14,0735	13,2171	10,6816	8,1473	6,1817
$D$	Diâmetro do duto	2,4279	1,6017	0,8778	0,4887	0,3005	0,2028
$L_0$	Comprimento do defeito inicial	0,3276	0,3990	0,3695	0,2836	0,2062	0,1508
$P_a$	Pressão interna	20,5606	16,4506	11,2392	7,3981	5,0411	3,6047
$\sigma_{esc}$	Tensão de escoamento do material do duto	11,1667	7,8739	4,6483	2,7348	1,7377	1,1935
$t$	Espessura da parede do duto	52,9703	53,3463	46,1503	35,6858	26,6296	19,9798
$R_d$	Taxa de corrosão radial	0,0000	6,2549	23,4971	42,7265	57,9363	68,6853
$R_L$	Taxa de corrosão longitudinal	0,0000	0,0002	0,0006	0,0010	0,0013	0,0015

Os dados de sensibilidade obtidos por Ahammed (1996) são apresentados na **Tabela 3.4** e refletem a contribuição relativa de cada variável aleatória na variância da função de falha, podendo ser obtido por,

$$\alpha_x^2 = \frac{\left[ \frac{\partial z}{\partial X} \cdot \sigma(X) \right]^2}{\sigma^2(z)} \quad (3.10)$$

onde  $\alpha_x$  é o coeficiente de sensibilidade da variável randômica X.

**Tabela 3.4** – Fatores de importância obtidos por FORM, Ahammed (1996)  
**Fonte:** Ahammed (1996)

Variável	Descrição	20 anos	30 anos	40 anos	50 anos
$d_0$	Profundidade do defeito inicial	14,80	13,23	10,69	8,15
$D$	Diâmetro do duto	1,60	0,88	0,48	0,30
$L_0$	Comprimento do defeito inicial	0,40	0,37	0,28	0,21
$P_a$	Pressão interna	16,45	11,24	7,40	5,04
$\sigma_{esc}$	Tensão de escoamento do material do duto	7,87	4,65	2,73	1,74
$t$	Espessura da parede do duto	53,34	46,14	35,67	26,60
$R_d$	Taxa de corrosão radial	6,26	23,51	42,75	57,96
$R_L$	Taxa de corrosão longitudinal	0,00	0,00	0,00	0,00

Em uma terceira etapa Vanhazebrouck (2008) considera que índice de confiabilidade é afetado pelo grau de incerteza da variável aleatória e esta medida pode ser avaliada através do coeficiente de variação ( $CV$ ).

Seu trabalho apresentou, também, uma análise comparativa entre os métodos semi-empíricos e os obtidos por FORM, considerando defeitos curtos, transitórios e longos.

Por último, aplicou os métodos analíticos e FORM para os corpos de prova ensaiados por Choi (2003), comparando suas pressões de falha e índice de confiabilidade.

### 3.1 – PROGRAMAÇÃO EM MATLAB

O MATLAB (MATrix LABoratory) é um *software* interativo que integra análise numérica, cálculo com matrizes, processamento de sinais e construção de gráficos. O MATLAB foi criado por Cleve Moler (1970), do departamento de ciências da computação da Universidade do Novo México. A MathWorks reescreveu o MATLAB em C, cujas bibliotecas ficaram conhecidas como JACKPAC.

A linguagem MATLAB é, às vezes chamada M-código ou simplesmente M. No Gerenciador de Programas do Microsoft Windows, após o MATLAB ser carregado, duas janelas são exibidas: a Janela de Comando (*Command Windows*) e Janela Gráfica (*Graphic Windows*).

A Janela de Comando é ativada quando se inicializa o MATLAB, e o *prompt* padrão (`>>`) é exibido na tela. Sequências de comandos podem ser guardadas em um arquivo de texto, tipicamente utilizando o MATLAB Editor, como um *script* ou com suas funções pre-definidas.

Uma observação importante é que, para o MATLAB, a variância de um conjunto de dados é definida por:

$$\sigma^2 = \frac{\sum_{k=1}^N (x_k - \mu)^2}{N - 1} \quad (3.11)$$

onde o denominador  $N - 1$  deve ser usado toda vez que estivermos trabalhando com uma amostra. Quando não houver a preocupação em saber se trabalhamos com população ou amostra, podemos usar o denominador  $N$ . Para grandes amostras não há diferença se usarmos um ou outro.

A técnica mais comum de geração de números aleatórios é o chamado método da congruência linear, cuja expressão de recorrência para a geração dos números aleatórios, é dada pela equação 2.116.

A bibliografia disponível para esta a versão escolhida, incluindo o autor, Moler (2004) apresenta os parâmetros de recorrência utilizados nas versões do *software Matlab*, onde  $a = 7^5 = 16807$ ,  $c = 0$  e  $m = 2^{31} - 1$ , ou seja,  $m = 2147483647$ .

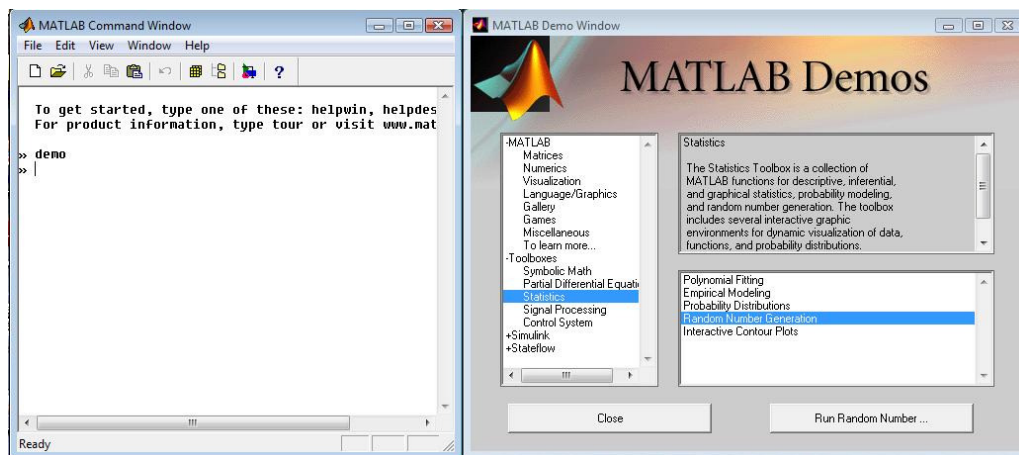


Uma vez definido o processo de geração dos números aleatórios, obtém-se uma distribuição normal padrão a partir da distribuição uniforme anteriormente descrita. O método mais conhecido, desenvolvido por Box e Muller (1958), gera uma distribuição Normal padrão através das seguintes expressões:

$$Z_1 = \sqrt{-2 \ln R_1} \cdot \cos(2\pi R_2). \quad (3.12)$$

$$Z_2 = \sqrt{-2 \ln R_1} \cdot \sin(2\pi R_2) \quad (3.13)$$

A geração de números randômicos, no software MATLAB pode ser feita de duas maneiras: utilizando a Janela Gráfica, através do Toolboxes, Statistics ou através Janela de Comando, utilizando-se de sua função pré-definida (*rand*). A **Figura 3.1** ilustra as duas interfaces para utilização desta geração.



**Figura 3.1** – Interface para geração de números randômicos no MATLAB

A função lognormal considera que se a amostra aleatória tem distribuição Normal então o seu logaritmo natural também tem distribuição normal. A conversão pode ser feita no próprio programa ou considerando os momentos (média e desvio padrão) relacionados pelas equações 2.28 e 2.29.

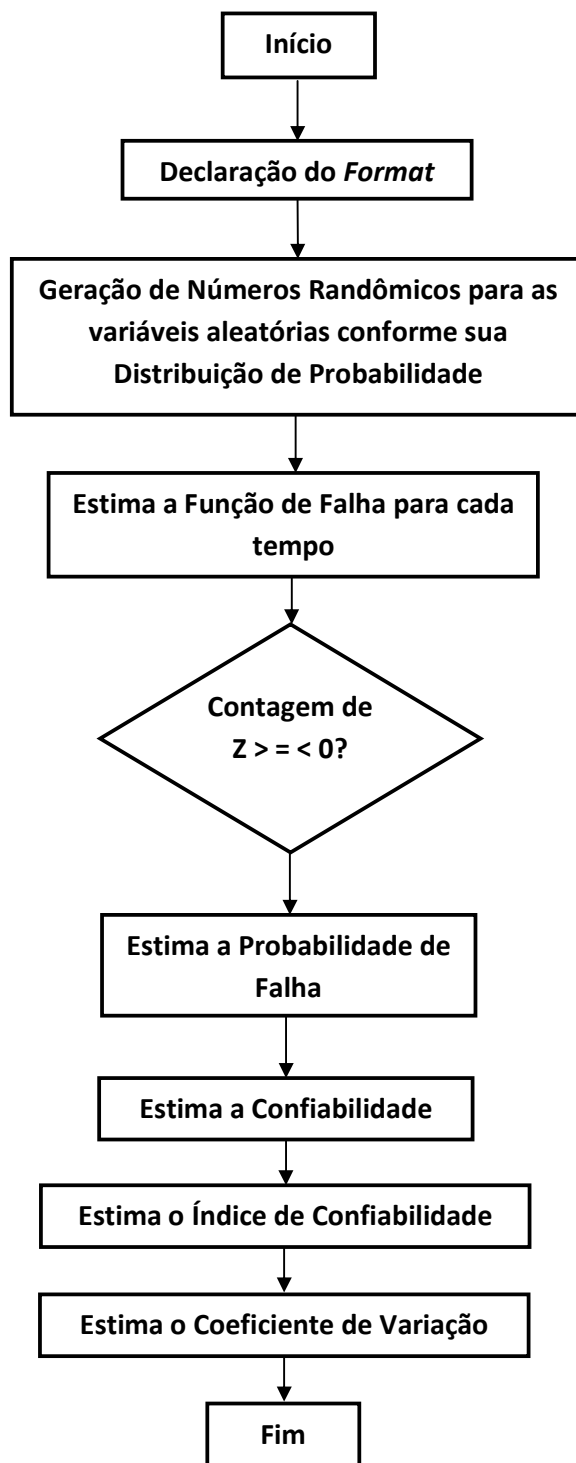
### 3.2 - ALGORITMO EM MATLAB

O algoritmo baseia-se, inicialmente, na geração de números randômicos para cada uma das variáveis envolvidas. A partir destes valores utiliza-se o modelo estabelecido na norma B31G modificado, com  $\alpha = 1$  para obter a função de estado limite. Os valores obtidos são, um a um, verificados para determinar se estão na região de segurança ou na região de falha.

A seguir é apresentado o algoritmo para a janela gráfica.

1. Geração de números randômicos para:
  - i. Profundidade inicial do defeito,  $d0$  com distribuição  $N(3, 0.09)$ ,  $\sigma = 0.3$ .
  - ii. Diâmetro do duto,  $D$  com distribuição  $N(600, 324)$ ,  $\sigma = 18$ .
  - iii. Comprimento inicial do defeito,  $L0$  com distribuição  $N(200, 100)$ ,  $\sigma = 10$ .
  - iv. Pressão interna,  $Pa$  com distribuição  $N(5, 0.25)$ ,  $\sigma = 0.5$ .
  - v. Tensão de escoamento,  $t_{esc}$ , distribuição lognormal, média 423,  $CV = 0.067$ .
  - vi. Espessura do duto,  $t$ , com distribuição  $N(10, 0.25)$ ,  $\sigma = 0.5$ .
  - vii. Taxa de corrosão radial,  $Rd$  com distribuição  $N(0,1, 0.0004)$ ,  $\sigma = 0.02$ .
  - viii. Taxa de corrosão longitudinal,  $Ra$  com distribuição  $N(0,1, 0.004)$ ,  $\sigma = 0.02$ .
2. Insere o contador para o tempo em 10, 20, 30, 40, 50 e 60 anos.
3. Estima a profundidade e o comprimento do defeito, a partir da equação 3.3 e equação 3.4.
4. Estima o Fator de Folias (M), verificando se o defeito é curto ou longo, como a equação 3.7 para defeitos curtos e, na equação 3.8 para defeitos longos
5. Estima a Pressão de Falha, conforme equação 3.6.
6. Estima a Função de Falha, conforme equação 3.9.
7. Estima a Probabilidade de Falha, conforme equação 2.103.
8. Estima o Coeficiente de Variação conforme equação 2.107.
9. Estima o Índice de Confiabilidade conforme equação 2.71.
10. Estima a Variância conforme equação 2.99.

O Fluxograma do programa elaborado é apresentado a seguir:



**Figura 3.2** – Algoritmo de Monte Carlo para Oleodutos Corroídos

### 3.3 - PROGRAMA EM MATLAB

A seguir é apresentado o programa em Matlab para a geração de números aleatórios, estimativa de pressão de falha, função de falha, probabilidade de falha e a confiabilidade, utilizando o método de Monte Carlo simples.

```
clear all
close all
clc
format long
% Insere o número iterações para geração
de números randômicos
n = 1000;
% Insere a distribuição de cada variável
aleatória
d0=[(randn(n,1)*0.3)+3];
D=[(randn(n,1)*18)+600];
L0=[(rand(n,1)*10)+200];
Pa=[(rand(n,1)*0.5)+5];
tesc=[(rand(n,1)*28.2432)+423];
t=[(rand(n,1)*0.5)+10];
Rd=[(rand(n,1)*0.02)+0.1];
Ra=[(rand(n,1)*0.02)+0.1];
FDP=(d0.*D.*L0.*Pa.*tesc.*t.*Rd.*Ra);
FFDP=sum(FDP);
GFDP=FDP/FFDP;
% Contador de Tempo
for i=1:1:n
    for j=1:1:6
        % Calcula a profundidade e o comprimento
        do defeito no decorrer do tempo.
        DS(i,j)=d0(i)+(j*10*Rd(i));
        AS(i,j)=L0(i)+(j*10*Ra(i));
        % Estima o Fator de Folias para defeito
        curto e longo.
        if AS(i,j)<=sqrt(50*D(i)*t(i))
            MS(i,j)=sqrt(1+(0.6275*((AS(i,j))^2)/(D(i)*t(i))))-
            (0.003375*((AS(i,j))^4)/(((D(i))^2)*(t(i)^2))));
        else
            MS(i,j)=3.3+0.032*(AS(i,j)^2)/(D(i)*t(i));
        end
        % Estima a Pressão de Falha (ou de
        Ruptura) para cada tempo.
        Prup(i,j)=(2*(tesc(i)+68.95)*t(i)/D(i))*
        (1-(DS(i,j)/t(i)))/(1-
        (DS(i,j)/(t(i)*MS(i,j))));
    end
end
% a Pressão de falha para cada ano
PRESFAL=mean(Prup);
STDFAL=std(Prup);
% Estima a Função de Falha ou Função de
Estado Limite.
Z=PRESFAL-mean(Pa);
% Obter a Função de Falha na forma de
distribuição Normal
for i=1:1:n
    for j=1:1:6
        ZMATRIZ(i,j)=Prup(i,j)-Pa(i);
    end
end

% Verifica se a função Z é menor que zero
para cada elemento
for i=1:1:n
    ZMATRIZ1(i)=ZMATRIZ(i,1);
    ZMATRIZ2(i)=ZMATRIZ(i,2);
    ZMATRIZ3(i)=ZMATRIZ(i,3);
    ZMATRIZ4(i)=ZMATRIZ(i,4);
    ZMATRIZ5(i)=ZMATRIZ(i,5);
    ZMATRIZ6(i)=ZMATRIZ(i,6);
end
% Aplica o Teste de Kolmogorov-Smirnov
para verificar a Normalidade da matriz Z.
[h1,p1,k1,c1] = kstest(ZMATRIZ1,[],0.01,0);
[h2,p2,k2,c2] = kstest(ZMATRIZ2,[],0.01,0);
[h3,p3,k3,c3] = kstest(ZMATRIZ3,[],0.01,0);
[h4,p4,k4,c4] = kstest(ZMATRIZ4,[],0.01,0);
[h5,p5,k5,c5] = kstest(ZMATRIZ5,[],0.01,0);
[h6,p6,k6,c6] = kstest(ZMATRIZ6,[],0.01,0);
% Estima Probabilidade de Falha para tempo 1
NEG=0;
POS=0;
for i=1:1:n
    if ZMATRIZ1(i)<=0;
        NEG=NEG+1;
    else
        POS=POS+1;
    end
end
PROBFALHA1=NEG/(NEG+POS);
% Estima Probabilidade de Falha para tempo 2
NEG=0;
POS=0;
for i=1:1:n
    if ZMATRIZ2(i)<=0;
        NEG=NEG+1;
    else
        POS=POS+1;
    end
end
PROBFALHA2=NEG/(NEG+POS);
% Estima Probabilidade de Falha para tempo 3
NEG=0;
POS=0;
for i=1:1:n
    if ZMATRIZ3(i)<=0;
        NEG=NEG+1;
    else
        POS=POS+1;
    end
end
PROBFALHA3=NEG/(NEG+POS);
% Estima Probabilidade de Falha para tempo 4
NEG=0;
POS=0;
for i=1:1:n
    if ZMATRIZ4(i)<=0;
        NEG=NEG+1;
```

```

else
    POS=POS+1;
end
end
PROBFALHA4=NEG/(NEG+POS);
% Estima Probabilidade de Falha para tempo 5
NEG=0;
POS=0;
for i=1:1:n
    if ZMATRIZ5(i)<=0;
        NEG=NEG+1;
    else
        POS=POS+1;
    end
end
PROBFALHA5=NEG/(NEG+POS);
% Estima Probabilidade de Falha para tempo 6
for i=1:1:n
    if ZMATRIZ6(i)<=0;
        NEG=NEG+1;
    else
        POS=POS+1;
    end
end
PROBFALHA6=NEG/(NEG+POS);
% Estima a Probabilidade de Falha
PROBABILIDADEFALHA=[PROBFALHA1;PROBFALHA2;PROBFALHA3;PROBFALHA4;PROBFALHA5/2;PROBFALHA6]/2;
% Estima a Confiabilidade
CONFIAB1=1-(PROBFALHA1/2);
CONFIAB2=1-(PROBFALHA2/2);
CONFIAB3=1-(PROBFALHA3/2);
CONFIAB4=1-(PROBFALHA4/2);
CONFIAB5=1-(PROBFALHA5/4);
CONFIAB6=1-(PROBFALHA6/2);
CONFIAB=[CONFIAB1;CONFIAB2;CONFIAB3;CONFIAB4;CONFIAB5;CONFIAB6];
% Estima o Índice de Confiabilidade
INDCONF1=(mean(ZMATRIZ1))/var(ZMATRIZ1);
INDCONF2=(mean(ZMATRIZ2))/var(ZMATRIZ2);
INDCONF3=(mean(ZMATRIZ3))/var(ZMATRIZ3);
INDCONF4=(mean(ZMATRIZ4))/var(ZMATRIZ4);
INDCONF5=(mean(ZMATRIZ5))/var(ZMATRIZ5);
INDCONF6=(mean(ZMATRIZ6))/var(ZMATRIZ6);
INDCONF=[INDCONF1;INDCONF2;INDCONF3;INDCONF4;0;0];
% Estima o Coeficiente de Variação
COEFVAR1=sqrt(((CONFIAB1)*(PROBFALHA1/2))/n)/(PROBFALHA1);
COEFVAR2=sqrt(((CONFIAB2)*(PROBFALHA2/2))/n)/(PROBFALHA2);
COEFVAR3=sqrt(((CONFIAB3)*(PROBFALHA3/2))/n)/(PROBFALHA3);
COEFVAR4=sqrt(((CONFIAB4)*(PROBFALHA4/2))/n)/(PROBFALHA4);
COEFVAR5=sqrt(((CONFIAB5)*(PROBFALHA5/2))/n)/(PROBFALHA5);
COEFVAR6=sqrt(((CONFIAB6)*(PROBFALHA6/2))/n)/(PROBFALHA6);
COEFVAR=[COEFVAR1;COEFVAR2;COEFVAR3;COEFVAR4;COEFVAR5;COEFVAR6];
% Ajuste de Curvas para o Coeficiente de Variação
X = [10 20 30 40 50 60];
Y = -0.0065*X+0.3889;
% Estima o Erro da estimativa da probabilidade de falha % para o número de simulações com nível de confiança de 95%
ERRO1 = 200*(sqrt((1-PROBFALHA1)/(n*PROBFALHA1)));
ERRO2 = 200*(sqrt((1-PROBFALHA2)/(n*PROBFALHA2)));
ERRO3 = 200*(sqrt((1-PROBFALHA3)/(n*PROBFALHA3)));
ERRO4 = 200*(sqrt((1-PROBFALHA4)/(n*PROBFALHA4)));
ERRO5 = 200*(sqrt((1-PROBFALHA5)/(n*PROBFALHA5)));
ERRO6 = 200*(sqrt((1-PROBFALHA6)/(n*PROBFALHA6)));
ERRO=[ERRO1;ERRO2;ERRO3;ERRO4;ERRO5;ERRO6];
% Gráficos
TF=[10;20;30;40;50;60];

% Tamanho da tela, em pixel
set(0,'Units','pixels');
scnsize = get(0,'ScreenSize');
% Posição dos gráficos na tela
bdwidth = 10;
topbdwidth = 80;
pos1 = [bdwidth, 1/2*scnsize(4) + bdwidth, scnsize(3)/2 - 2*bdwidth, scnsize(4)/2 - (topbdwidth + bdwidth)];
pos2 = [pos1(1) + scnsize(3)/2, pos1(2),pos1(3),pos1(4)];
pos3 = [bdwidth, 1/16*scnsize(4) + bdwidth, scnsize(3)/2 - 2*bdwidth, scnsize(4)/2 - (topbdwidth + bdwidth)];
pos4 = [pos3(1) + scnsize(3)/2, pos3(2),pos3(3),pos3(4)];

% FIGURA 1
figure('Position',pos1);
k=plot(TF,PRESFAL,'-bs','LineWidth',1.5,'MarkerEdgeColor','k','MarkerFaceColor','w','MarkerSize',2);
grid('on');
axis([0 70 0 16]);
xlabel('Tempo (anos)');
ylabel('Pressão de Falha');

% FIGURA 2
figure('Position',pos2);
k=plot(TF,Z,'-bs','LineWidth',1.5,'MarkerEdgeColor','k','MarkerFaceColor','w','MarkerSize',2);
grid('on');
axis([0 70 -5 10]);
xlabel('Tempo (anos)');
ylabel('Função de Estado Limite');

% FIGURA 3
figure('Position',pos4);
k=plot(TF,PROBABILIDADEFALHA,'-bs','LineWidth',1.5,'MarkerEdgeColor','k','MarkerFaceColor','w','MarkerSize',2);
grid('on');
axis([0 70 0 0.6]);
xlabel('Tempo (anos)');
ylabel('Probabilidade de Falha');

% FIGURA 4
figure('Position',pos3);
k=plot(TF,Y,'-bs','LineWidth',1.5,'MarkerEdgeColor','k','MarkerFaceColor','w','MarkerSize',2);
grid('on');
axis([0 70 -0.1 0.5]);
xlabel('Tempo (anos)');
ylabel('Coeficiente de Variação');

% FIGURA 5
figure('Position',pos3);
k=plot(TF,INDCONF,'-bs','LineWidth',1.5,'MarkerEdgeColor','k','MarkerFaceColor','w','MarkerSize',2);
grid('on');
axis([0 70 0 10]);
xlabel('Tempo (anos)');
ylabel('Índice de Confiabilidade');

% FIGURA 6
figure('Position',pos3);
k=plot(TF,CONFIAB,'-bs','LineWidth',1.5,'MarkerEdgeColor','k','MarkerFaceColor','w','MarkerSize',2);
grid('on');
axis([0 70 0 1.2]);
xlabel('Tempo (anos)');
ylabel('Confiabilidade');

```

## 4 – RESULTADOS E DISCUSSÃO

Os dados obtidos no decorrer deste trabalho foram analisados para um defeito curto de corrosão conhecido em um oleoduto. As variáveis randômicas consideradas neste estudo são apresentadas na **Tabela 3.1**, com os valores médios estatísticos e função distribuição de cada uma delas. As funções estatísticas e os valores estatísticos foram estimados criteriosamente baseados em informações disponíveis na literatura. O aço a que se refere o estudo é o X52, com tensão mínima de escoamento em 359 MPa (52.000 psi).

### 4.1 – OBSERVAÇÕES A RESPEITO DOS DADOS NO MATLAB

A **Tabela 4.1** mostra o número de iterações e a média obtida de cada variável adotando as distribuições dadas por Ahammed (1998).

**Tabela 4.1** – Média das variáveis em função do número de iterações, no MATLAB.

Iterações	100	1.000	10.000	100.000	1.000.000	10.000.000
Médias	$\mu_1$	$\mu_2$	$\mu_3$	$\mu_4$	$\mu_5$	$\mu_6$
$d0$	2.9766	2.9865	3.0038	3.0010	3.0003	2.9999
$D$	598.5931	599.187	600.2272	600.0593	600.0321	599.9962
$L0$	199.1792	199.5969	200.0109	200.0192	199.9928	199.9979
$Pa$	5.0510	5.0242	5.0081	5.0011	4.9999	5.0001
$tesc$	512.9699	512.1355	513.6801	514.7932	513.3989	513.1398
$t$	10.0781	10.0094	10.0040	9.9993	9.9999	10.0001
$Rd$	0.0997	0.1001	0.1002	0.1002	0.1000	0.1000
$Ra$	0.1032	0.1001	0.1002	0.0999	0.1000	0.1000

A **Tabela 4.2** estima o tempo de processamento do programa dispensado para a geração de números randômicos, para cada uma das variáveis aleatórias.

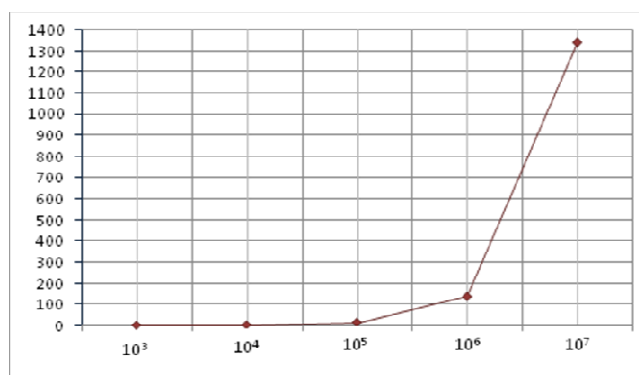
**Tabela 4.2** – Tempo de processamento do programa e as variáveis aleatórias

Iterações	1.000	10.000	100.000	1.000.000	10.000.000
Médias	t (s)	t (s)	t (s)	t (s)	t (s)
$d_0$	0,30	1,80	14,00	135,00	1341,00
D	0,33	1,70	14,18	136,00	1341,00
$L_0$	0,35	1,66	14,07	137,00	1340,00
$P_a$	0,30	1,74	14,39	136,00	1340,00
$\sigma_{esc}$	0,30	1,74	14,30	134,00	1341,00
t	0,30	1,73	14,70	136,00	1340,00
$R_d$	0,32	1,70	14,50	136,00	1340,00
$R_a$	0,32	1,70	14,50	136,00	1340,00

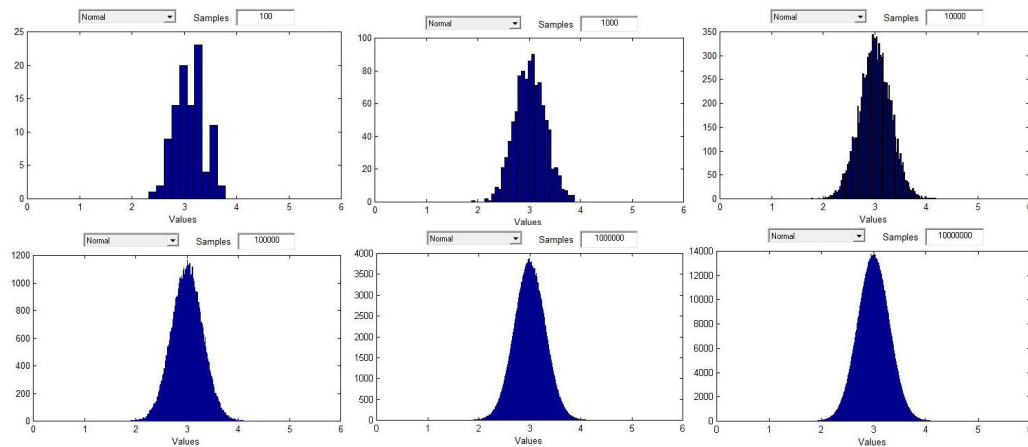
O programa foi executado em *Windows Vista* e considerou o número de iterações conforme mostra a **Tabela 4.3** e **Figura 4.1**. O programa foi testado até 200.000 iterações para geração dos números randômicos.

**Tabela 4.3** – Tempo de processamento do programa e o número de iterações

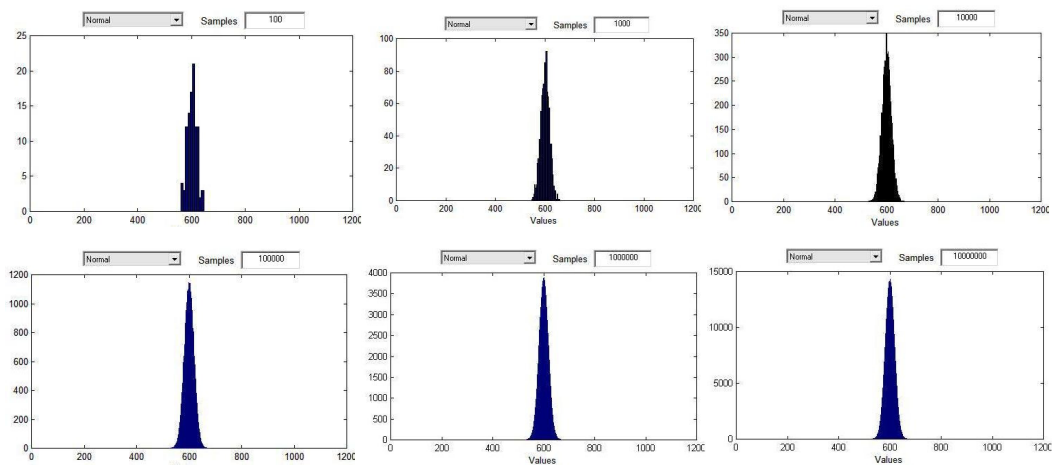
Números de Iterações	Tempo de processamento
100	1s
1.000	2s
10.000	45s
40.000	2.460s
100.000	2h15min
200.000	5h30min

**Figura 4.1** – Tempo de geração em função do número de iterações no MATLAB

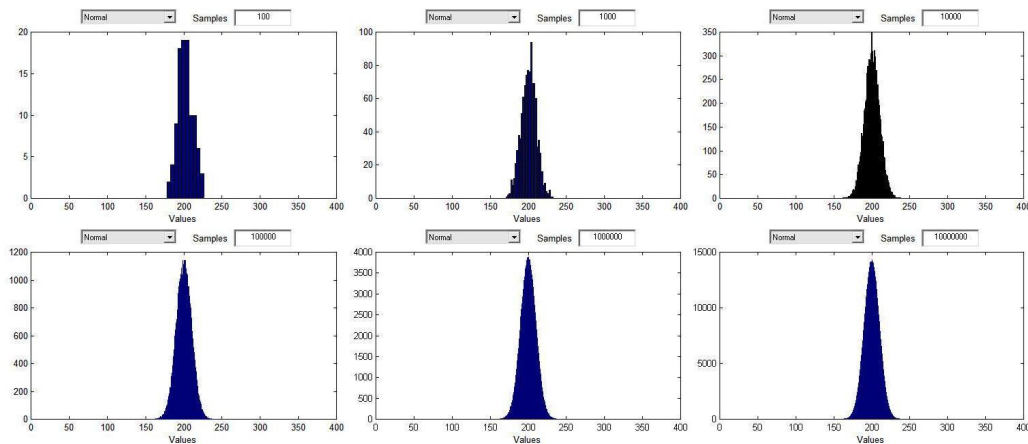
As Figuras 4.2 à 4.8 mostram a aproximação da distribuição de probabilidade com o aumento do números randômicos gerados para cada variável aleatória.



**Figura 4.2** – Refinamento da variável  $d_0$  com o número randômico em MATLAB

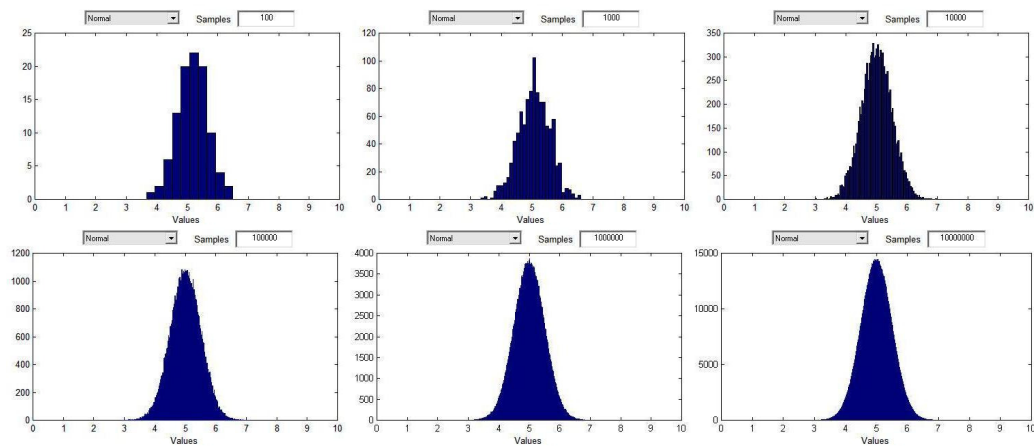


**Figura 4.3** – Refinamento da variável  $D$  com o número randômico em MATLAB

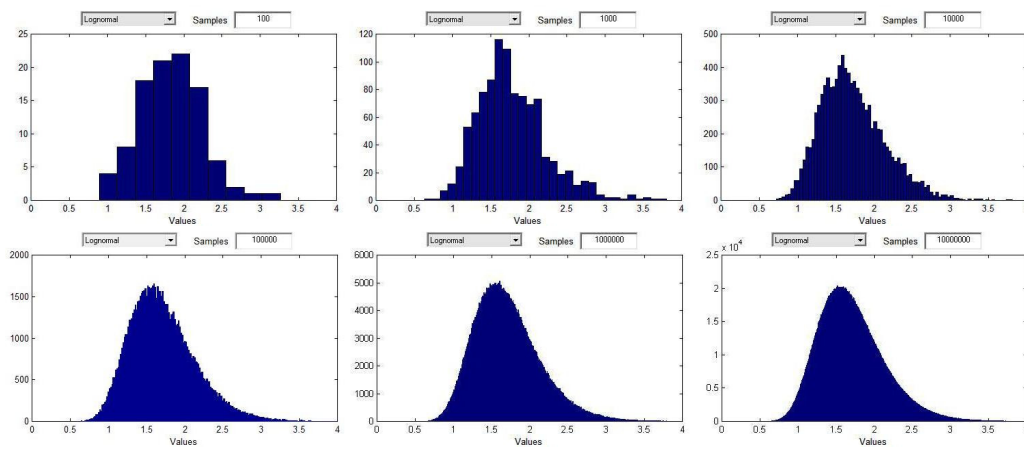


**Figura 4.4** – Refinamento da variável  $L_0$  com o número randômico em MATLAB

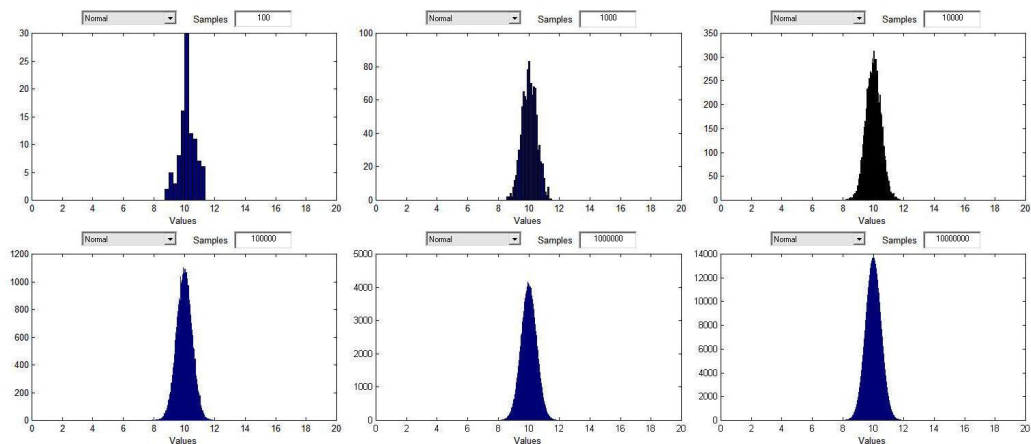




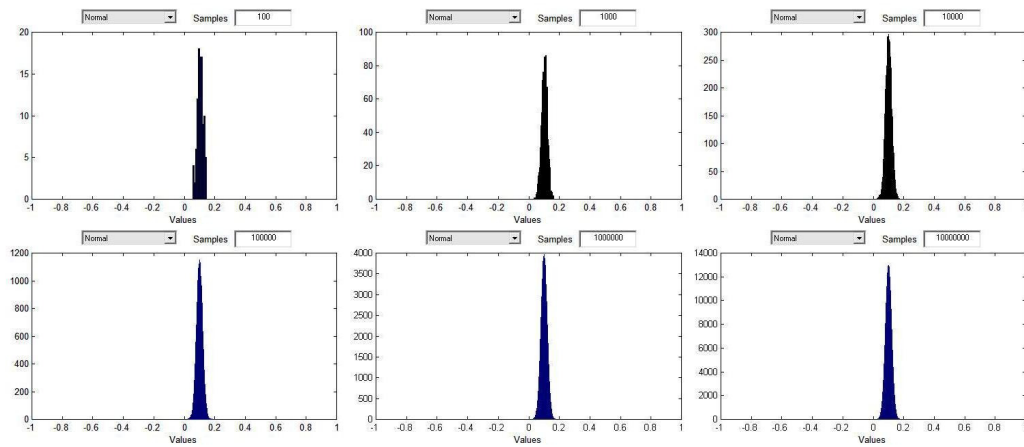
**Figura 4.5** – Refinamento da variável  $Pa$  com o número randômico em MATLAB



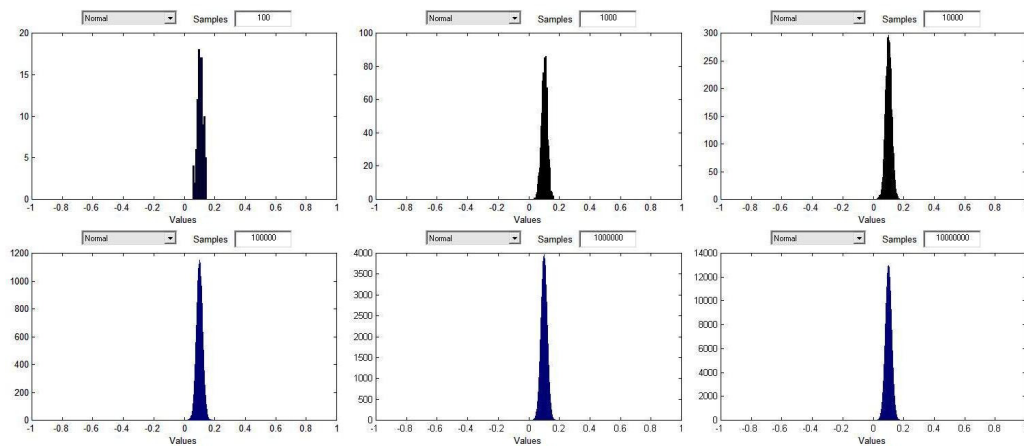
**Figura 4.6** – Refinamento da variável  $t_{esc}$  com o número randômico em MATLAB



**Figura 4.7** – Refinamento da variável  $t$  com o número randômico em MATLAB



**Figura 4.8** – Refinamento da variável  $Rd$  com o número randômico em MATLAB



**Figura 4.9** – Refinamento da variável  $Ra$  com o número randômico em MATLAB

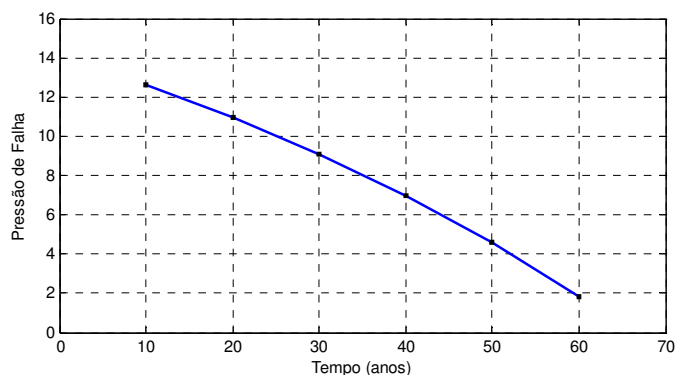
## 4.2 - RESULTADOS OBTIDOS SOBRE OS EFEITOS DA CORROSÃO NO OLEODUTO PELO MÉTODO DE MONTE CARLO

A **Tabela 4.4** apresenta os resultados obtidos para a pressão de falha, a função de falha ou função de estado limite, a probabilidade de falha e o índice de confiabilidade para 200.000 iterações obtidas no programa executado.

**Tabela 4.4** – Variações da Pressão de Falha, Função de Estado Limite, Probabilidade de Falha e Confiabilidade, no MATLAB

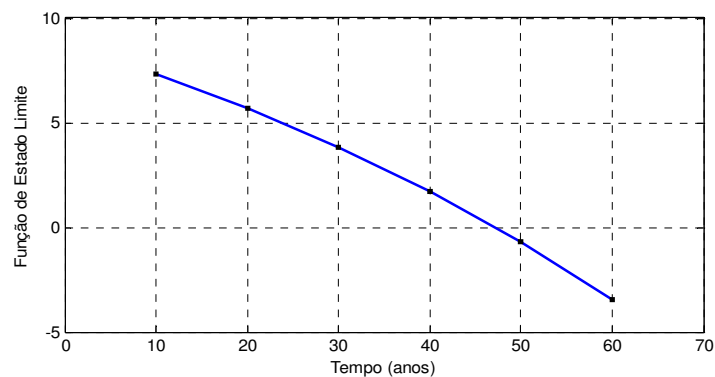
TEMPO	10	20	30	40	50	60
Pressão de Falha	12,592620	10,952093	9,098328	6,991258	4,580031	1,799094
Função de Falha	7,342146	5,701619	3,847854	1,740783	-0,670444	-3,451379
Probabilidade de Falha	0	0	0	0.012315	0.185000	0.500000
Confiabilidade	1	1	1	0.988500	0.815000	0.500000
Coefficiente de Variação	0.32390	0.25890	0.19390	0.12890	0.06390	0.00110
Índice de Confiabilidade	8.42592	5.97201	3.31406	1.12031	0	0

A **Figura 4.10** mostra o efeito do aumento da corrosão provocando a diminuição da pressão esperada de falha com o tempo. O gráfico mostrado foi extraído quando o número de iterações  $n = 100.000$ .



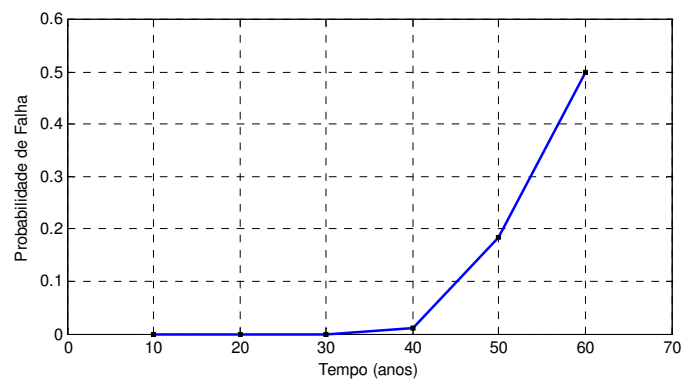
**Figura 4.10** – Pressão de Falha pelo MMC Simples

A **Figura 4.11** mostra o gráfico da função de estado limite  $g(x)$ , quando  $n = 100.000$  iterações.



**Figura 4.11** – Função de Falha pelo MMC

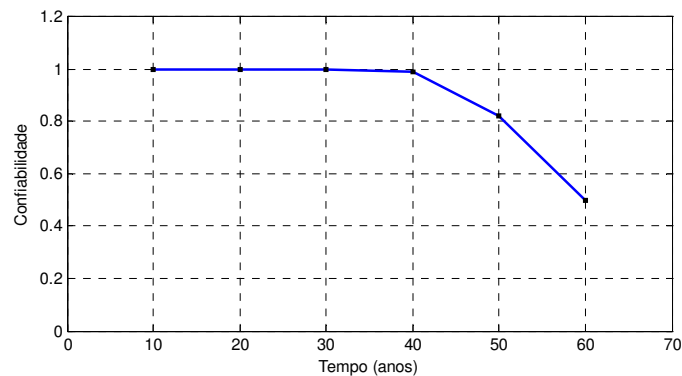
A **Figura 4.12** mostra os valores obtidos para a Probabilidade de Falha, com 100.000 iterações.



**Figura 4.12** – Probabilidade de Falha pelo MMC

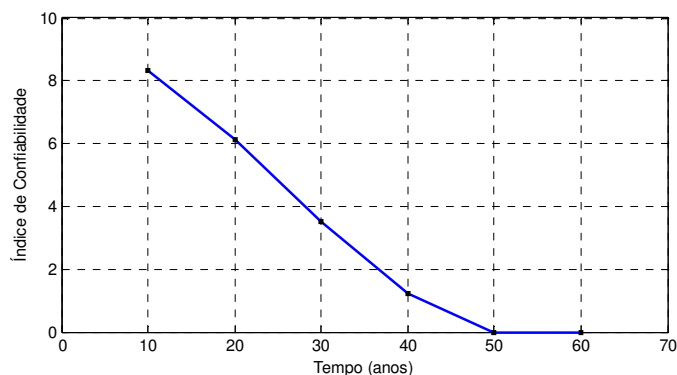
Fonte: o Autor

A **Figura 4.13** mostra os valores obtidos para a Confiabilidade, com 100.000 iterações.



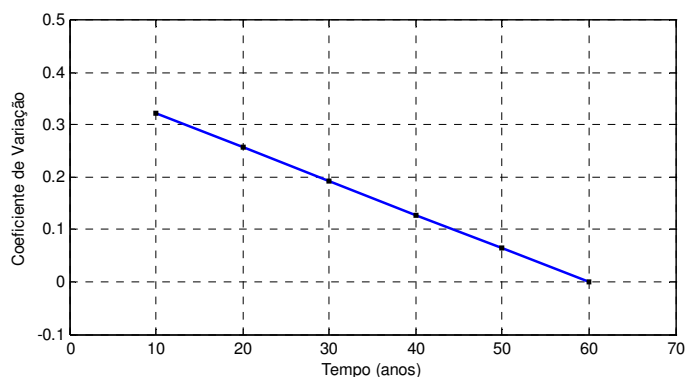
**Figura 4.13** – Confiabilidade pelo MMC

A **Figura 4.14** mostra os valores obtidos para o Índice de Confiabilidade, com 100.000 iterações.



**Figura 4.14** – Índice de Confiabilidade pelo MMC

A **Figura 4.15** mostra os valores obtidos para o Índice de Confiabilidade, com 100.000 iterações.



**Figura 4.15** – Coeficiente de Variação pelo MMC

A **Tabela 4.5** mostra a aplicação da equação (2.108), sugerida por Broding (1964), onde o nível de confiança da estimativa da probabilidade de falha é  $c = 95\%$ .

**Tabela 4.5** – Estimativa do número de iterações em função da resolução pretendida

Resolução	Número de Simulações
0,0001	30.000
0,000001	300.000
0,00000001	300.000.000
0,0000000001	30.000.000.000
0,000000000001	3.000.000.000.000

A **Tabela 4.6** mostra os resultados obtidos quando se alterou o tipo das variáveis aleatórias inseridos no programa do Matlab, com o *format long* e *format long e*. Não se observou alterações significativas apesar do maior tempo de processamento no *format long e*.

**Tabela 4.6** – Estimativa da Probabilidade de Falha conforme o número de iterações e para *Format Long* e *Format Long e*

Número de Simulações	Tempo (anos)	Format Long	Format long e
1.000	10	0	0
	20	0	0
	30	0	0
	40	0,00115	1,15E-03
	50	0,185	1,86E-01
	60	0,498	4,00E-01
10.000	10	0	0
	20	0	0
	30	0	0
	40	0,0119	1,20E-02
	50	0,184255	1,18E-01
	60	0,49955	5,00E-01
40.000	10	0	0
	20	0	0
	30	0	0
	40	0,012387	1,24E-02
	50	0,182381	1,82E-01
	60	0,499362	4,99E-01
100.000	10	0	0
	20	0	0
	30	0	0
	40	0,012002	1,20E-02
	50	0,180001	1,82E-01
	60	0,499363	4,99E-01
200.000	10	0	0
	20	0	0
	30	0	0
	40	0,012315	1,23E-03
	50	0,181963	1,82E-01
	60	0,5	5,00E-01

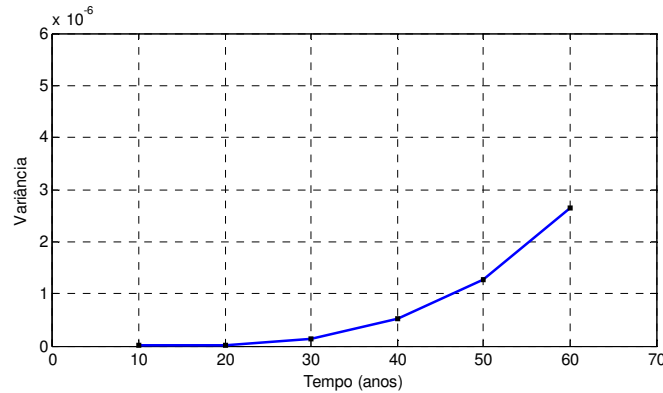
### 4.3 – ANÁLISE DA VARIÂNCIA

A variância foi estimada através da equação 2.99, e os resultados obtidos são apresentados na Tabela **Tabela 4.7**. Verifica-se que, com o aumento do número de iteração a variância decresce inversamente proporcional ao quadrado de  $N$ .

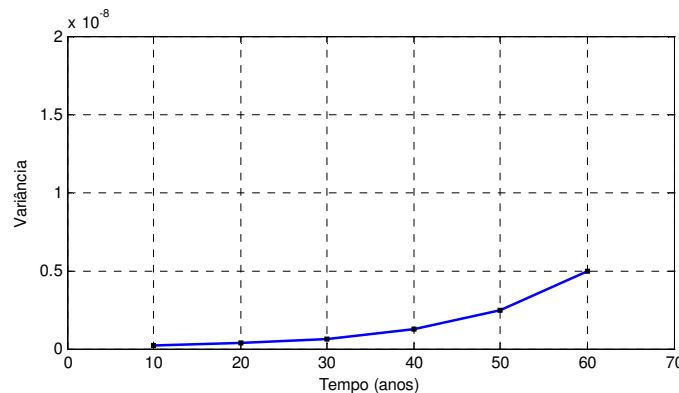
Da mesma maneira observa-se o decréscimo da variância com o decorrer do tempo. As **Figuras 4.16 a 4.19** ilustram esta dependência dos valores da variância.

**Tabela 4.7** – Estimativa da variância com o número de iterações e o tempo

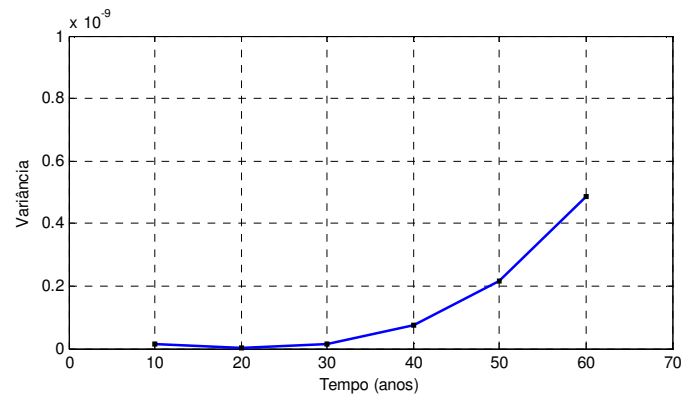
No de Iterações	10 anos	20 anos	30 anos	40 anos	50 anos	60 anos
1.000	0,048941E-07	0,087455E-07	0,144060E-07	0,225698E-07	0,342536E-07	0,509467E-07
10.000	0,050974E-07	0,061990E-07	0,077631E-07	0,100189E-07	0,133326E-07	0,183042E-07
40.000	0,074880E-09	0,081990E-09	0,100962E-07	0,140538E-07	0,218638E-07	0,371888E-07
100.000	0,000004E-09	0,009092E-09	0,041892E-09	0,111652E-09	0,239247E-09	0,458250E-09



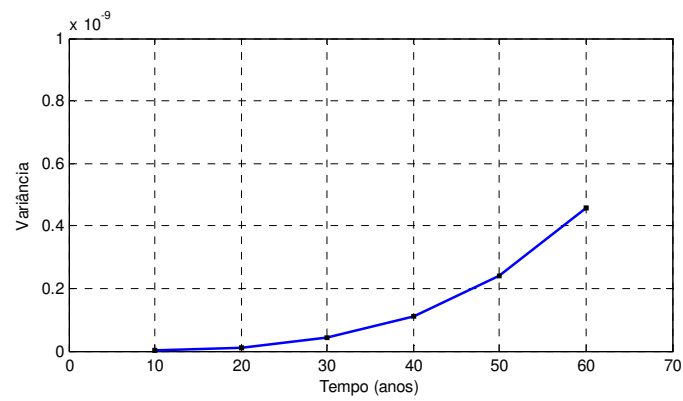
**Figura 4.16** – Valores da variância para 1.000 iterações



**Figura 4.17** – Valores da variância para 10.000 iterações



**Figura 4.18** – Valores da variância para 40.000 iterações



**Figura 4.19** – Valores da variância para 100.000 iterações



## 5 - CONCLUSÃO

---

Neste trabalho é apresentada a Teoria da Confiabilidade e o método de Monte Carlo para a estimativa da pressão de ruptura de oleodutos pressurizados corroídos e, em particular, a estimativa da pressão máxima admissível de operação para um período de tempo. O modelo é baseado na propagação da corrosão ao longo da parede do duto combinado com o método B31G modificado. Para a estimativa da probabilidade de falha, as variáveis são tratadas como variáveis randômicas e representadas por suas distribuições estatísticas.

Os métodos de simulação numérica mostraram grande versatilidade na resolução deste tipo de problema, permitindo ultrapassar grande parte das limitações das técnicas clássicas. Contudo, a sua aplicação ainda se reveste de algumas dificuldades, por exemplo, a necessidade de grande esforço computacional para a convergência dos valores utilizados no modelo proposto.

O Método de Monte Carlo é de fácil aplicação, sem a necessidade de equacionamento teórico do problema, apenas conhecendo a equação do estado limite e correspondentes distribuições de probabilidade das variáveis envolvidas;

Vale à pena ressaltar que este estudo não é determinístico para avaliar a segurança ou a probabilidade de falha global de um oleoduto, pois considera-se a corrosão isolada e a geometria da área corroída sendo retangular.

Estas simplificações são importantes para que trabalhos futuros possam ter acesso às técnicas estudadas, isto é, modelos em problemas reais com formulação matemática mais refinada. Assim, a apresentação dessas premissas e a condução do processo de simulação constituem contribuições significativas para a discussão acadêmica e profissional.

Verifica-se que probabilidade de falha vai aumentando ao longo do tempo, apresentando um comportamento não-linear. Este comportamento pode ser ajustado para obter curvas sob determinadas condições. Estas condições devem ser avaliadas de maneira semi-empírica, considerando as necessidades da empresa e as condições estabelecidas para a segurança do oleoduto.

A evolução do tempo faz com que a área do defeito aumente, resultando em uma redução da capacidade do duto de resistir ao efeito da tensão. A confiabilidade aplicada a corrosão é de grande importância para o planejamento de inspeção e de manutenção de um oleoduto.

Seguem-se sugestões para futuras pesquisas:

O modelo pode ser aplicado para a calibração de parâmetros obtidos através dos métodos semi-empíricos. As técnicas apresentadas podem ser comparadas e estabelecidas suas condições de aplicação.

As técnicas de redução da variância ou redução no número de iterações podem ser aplicadas, com esperado ganho computacional.

O Método de Monte Carlo mostrou-se viável e adequado e pode ser utilizado como prática comum em tipos de problemas envolvendo variações no tempo.

Baseando-se no programa computacional apresentado podem ser desenvolvidos *softwares* que traduzam diretamente os dados obtidos pelos *pigs* para a estimativa da probabilidade de falha.

Testes de hipóteses e intervalos de confiança podem ser aplicados para avaliação dos resultados obtidos. Neste sentido a inferência estatística deve auxiliar na tomada de decisão sobre a intervenção na operação de oleodutos.

Com o crescimento da área corroída o defeito curto pode tornar-se longo e os critérios estabelecidos pelos métodos semi-empíricos podem ser alcançados. Assim sugere-se que outros estudos devam levar esta transição em consideração. Também para efeito comparativo e análise do conservadorismo e convergência de cada um dos métodos.

O texto também apresenta as bases para aplicação dos diversos métodos em problemas de corrosão envolvendo geometria mais complexa e para dutos corroídos submetidos a carregamentos combinados.

## REFERÊNCIAS BIBLIOGRÁFICAS

---

ABRACO..., 2009, disponível em [www.abraco.org.br/](http://www.abraco.org.br/). Acesso em 24/04/2009.

AGENCIA NOTÍCIAS GOVERNO DO PARANÁ..., 2009, disponível em <http://www.agenciadenoticias.pr.gov.br/>. Acesso em 24/04/2009.

AHAMMED, M., “Probabilistic Estimation of Remaining Life of a Pipeline in the Presence of Active Corrosion Defects”, Int. J. Pres. Ves. Piping, v.75, p. 321-329, 1998.

AHAMMED, M., “Prediction of Remaining Strength of Corroded Pressurized Pipelines”, Int. J. Pres. Ves. Piping, v.71, p.213-217, 1997.

AHAMMED, M.; MELCHERS, R. E., “Reliability Estimation of Pressurised Pipelines subject to Localised Corrosion Defects”, Int. J. Pres. Ves. Piping, v.69, p.267-272, 1996.

ALVES, J. L. “Avaliação Numérica da Capacidade de Carga de Dutos Corroídos”, Dissertação de Mestrado, PUC/RIO, RJ, 2002.

Andreczevski Chaves, I., “Otimização de Pilares de Concreto Armado Mediante Uniformização do Índice de Confiabilidade, dissertação de mestrado, São Carlos, 2004.

ANG, Alfredo H.S., TANG, Wilson H., “Propability Concepts in Engineering Planning and Design”, Wiley & Sons, USA, 1976.

API, "Specification for Line Pipe – Specification 5L", 42th edition, American Petroleum Institute, Washington, 2000.

API, "Weldings of Pipelines and Related Facilities – Standard 1104", 19th edition, American Petroleum Institute, Washington, 1999.

ASME, “Gas Transmission and Distribution Piping Systems - ASME B31.8”, The American Society of Mechanical Engineers, New York, 1995.

BARBOSA, A. H. “Análise de confiabilidade estrutural utilizando o Método de Monte Carlo e redes neurais”, Dissertação de Mestrado, Universidade Federal de Ouro Preto, MG, 2004.

BARROS, E. A. C., “Aplicações de Simulação Monte Carlo e Bootstrap”, XIV Encontro Anual de Iniciação Científica, 2005, Guarapuava-Pr.

BATTELLE ..., 2009, Battelle Science and Technology International, disponível em <http://www.battelle.org>. Acesso em 01/06/09.

BENJAMIN, A. C.; ANDRADE, E. Q., “Structural Evaluation of Corrosion Defects in Pipelines: Comparison of FE Analyses and Assessment Methods”, 14<sup>th</sup> International Offshore and Polar Engineering Conference, Toulon, 2004.

BENJAMIN, A. C.; SOUZA, R. D.; FREIRE, J. L. F.; VIEIRA, R. D.; DINIZ, J. L. C., “Burst Tests on Pipeline Containing Long Real Corrosion Defects”, 5<sup>th</sup> International Pipeline Conference, ASME, Calgary, 2004.

BENJAMIN, A. C.; ANDRADE, E. Q., “Modified Method for the Assessment of the Remaining Strength of Corroded Pipelines”, 1<sup>st</sup> Rio Pipeline Conference & Exposition, RJ, 2003.

BENJAMIN, A. C.; ANDRADE, E. Q., “Predicting the Failure Pressure of Pipelines Containing Nonuniform Depth Corrosion Defects Using The Finite Element Method”, 22<sup>nd</sup> International Conference on Offshore Mechanics and Arctic Engineering, Cancun, 2003.

BENJAMIN, A. C.; VIEIRA, R. D.; FREIRE, J. L. F.; CASTRO, J. T. P., “Burst Tests on Pipeline with Nonuniform Depth Corrosion Defects”, Proc. 21<sup>st</sup> International Conference on Offshore Mechanics and Arctic Engineering, OMAE2002-28065, Oslo, 2002.

BENJAMIN, A. C.; ANDRADE, E. Q.; NORONHA, D. B., “Finite Element Models for the Prediction of the Failure Pressure of Pipelines with Long Corrosion Defects”, Proc. 4<sup>th</sup> International Pipeline Conference, ASME IPC 2002, IPC02 27191, Calgary, 2002.

BENJAMIN, A. C.; VIEIRA, R. D.; FREIRE, J. L. F.; CASTRO, J. T. P., “Burst Tests on Pipeline with Long External Corrosion”, International Pipeline Conference – Volume 2, ASME, 2000.

BICKEL, P. J., DOKSUM, K. A., “Mathematical Statistics Basic Ideas and Selected Topics”, Prentice Hall, USA, 2006.

BOX, G.E.P., MULLER, M., “A Note on the Generation of Random Normal Deviates”, The Annals of Mathematical Statistics, Vol. 29, No. 2, pp. 610-611, 1958.

BRANCO, C.A.G., “Mecânica dos Materiais: Teoria e Aplicações”, MacGraw Hill, Lisboa, 1989.

BURATTO, M. V., “Construção e Avaliação de um Método de Simulação de Monte Carlo para analisar a capacidade de financiamento de empresas em financiamentos de longos prazos”. Dissertação de Mestrado, Universidade Federal do Rio Grande do Sul, RS, 2005

CABRAL, H. L. D., “Desenvolvimento de Ferramentas Computacionais para Modelagem e Análise Automática de Defeitos de Corrosão em Dutos”, Dissertação de Mestrado, Universidade Federal de Pernambuco, PE, 2007.

CARDOSO, J. M. B. B.; ALMEIDA, J.R.; DIAS, J.M.; COELHO, P.S.G., “Fiabilidade de Estruturas com Comportamento Não-Linear Utilizando Redes Neurais e o Método de Monte Carlo”, VII Congresso de Mecânica Aplicada e Computacional, Évora, Portugal, 2003, p. 417-426.

CASTANHEIRA, N., “Estatística aplicada a todos os níveis”, Editora IBPEX, Curitiba, 2005.

CHAVES NETO, A. – “Confiabilidade e Métodos Estatísticos Aplicados a Sistemas de Engenharia”, material didático, UFPR, 2006.

CHEN, H. F.; LIU, Y. H.; CEN, Z. Z.; XU, B. Y., “Numerical Analysis of Limit Load and Reference Stress of Defective Pipelines under Multi-Loading Systems”, Int. J. Pres. Ves. Piping, v. 75, p. 105-114, 1998.

CHOUCHAOUI, B. A.; PICK, R. J., “Behaviour of Longitudinally Aligned Corrosion Pits”, Int. J. Pres. Ves. Piping, v.67, p.17-35, 1996.

CHOI, J. B., GOO, B. K., KIM, J.C., “Development of Limit Load Solutions for Corroded Gas Pipelines”, Int. J. Pres. Ves. Piping, v.80, p.121-128, 2003.

COSTA, F.A., “Geração Automática e Análise de Modelos de Dutos com Defeitos, Causados por Corrosão”, Dissertação de Mestrado, Universidade Federal de Pernambuco, PE, 2004.

CRONIN, D. S.; PICK, R. J., “Prediction of the Failure Pressure for Complex Corrosion Defects”, Int. J. Pres. Ves. Piping, v. 79, p. 279-287, 2002.

DAI, SHU-HO; WANG, MING-O, “Reliability Analysis in Engineering Applications”, Van Nostrand Reinhold, New York, 1992.

DEMOFONTI, G., MANNUCCI, G., HATTIS, D., HILLENBRAND, H. G. “Evaluation of the Suitability of X100 Steel Pipes for High Pressure Gas Transportation Pipelines by full Scale Tests”, International Pipeline Conference, Canada, 2004

DINIZ, J. L. C., “Resistencia de Dutos com Defeitos Usinados”, Pontifícia Universidade Católica/RJ, Dissertação de Mestrado, 97p., Rio de Janeiro, 2002.

DITLEVSEN, O., MADSEN, H. O., “Structural Reliability Methods”, England, John Wiley & Sons Inc., 1996.

DNV, “DNV Recommended Practice – DNV-RP-F101 - Corroded Pipelines”, Det Norske Veritas, Norway, 1999. (disponível em <http://exchange.dnv.com/>).

EHLERS, S. R. – “Métodos Computacionalmente Intensivos em Estatística”, material didático, UFPR, 2004. (disponível em <http://www.leg.ufpr.br/>).

EVANS J., OLSON D., “Introduction to Simulation and Risk Analysis”, United Kingdom, Prentice Hall, 1998.

FONSECA, J. S., M., ANDRADE G., “Curso de Estatística”, São Paulo, Ed. Atlas, 1985.

GOSSET, W. S., 1876-1937, “Studies in the History of Statistics and Probability” London, p. 355-404, 1970.

GRIGORY, S. C.; SMITH, M. Q., “Residual Strength of 48-Inch Diameter Corroded Pipe Determined by Full Scale Combined Loading Experiments”, Proc. International Pipeline Conference, ASME, v.1, p. 377-386, 1996.

GUIMARÃES, A. C. B., “Avaliação Simplificada da Capacidade de Carga de Dutos Corroídos”, Dissertação de Mestrado, Universidade Federal do Paraná, PR, 2005.

HALDAR, A.; MAHADEVAN, S., “Probability, Reliability and Statistical Methods in Engineering Design”, USA, John Wiley & Sons, 1976.

HALDAR, A., MAHADEVAN, S., “Reliability Assessment Using Stochastic Finite Element Analysis”, USA, John Wiley & Sons, 1976.

HAMMERSLEY J. M., HANDSCOMB D. C., “Monte Carlo Methods”, Methuen and Company, London, 1964.

HENRIQUES, A. A., “Aplicação de Técnicas Probabilísticas na Análise e Dimensionamento de Estruturas de Betão”, V Congresso de Métodos Numéricos em Ingeniería, Universidade do Porto, Espanha, 2002

HIBBELER, R. C., “Mechanics of Materials”, 3<sup>rd</sup> Ed. Prentice Hall, New Jersey, 1997.

KAVISKI, E., CUMIN, L. M. G., “Análise de Técnicas para Redução da Variância em Simulação Monte Carlo”, X Encontro de Modelagem Computacional, RJ, 2007.

KIEFNER, J.F.; VIETH, P.H.; ROYTMAN I., “Continued Validation of RSTRENG”, Contract PR218-9304, Pipeline Research Committee, Amercian Gas Association, 1996.

LAI, W. M., RUBIN, D., KREMPL, E., “Introduction to Continuum Mechanics”, Pergamon Press, Great Britain, 1993.

LARANJA, R.; BRITO, J. “Verificação Probabilística da Segurança das Estruturas”, Dissertação de Mestrado, Universidade Técnica de Lisboa, Portugal, 2003.

LAVALLE S. M.; “Sampling-Based Motion Planning”, Cambridge University Press, 2006, (disponível em <http://planning.cs.uiuc.edu/>).

LAW, A. M., KELTON, W.D., “Simulation Modeling and Analysis”, McGraw Hill, 3rd edition, New York, 2000.

LI, A. G., HOU, Y. S., WALL, G. W., TRENT, A., KIMBALL, B. A., PINTER, P. J., “Free Air CO<sub>2</sub>, Enrichment and Drought Stress Effects on Grain Filling Rate and Duration in Spring Weath”, Crop Science, Madison, v. 40, n. 5, 2000, p. 1.263–1.270.

MADSEN, H. O., TVEDT, L., “Methods for Time-Dependent Reliability and Sensitivity Analysis”, Journal of Engineering Mechanics, Vol. 116, No. 10, 1990, p. 2118-2135.

MAHADEVAN, S., “Monte Carlo Simulation, Reliability-based Mechanical Design”, Ed. Thomas A. Cruse, London, 1997

METROPOLIS, N.; ROSENBLUTH, ARIANNA and MARSHALL; TELLER, AUGUSTA and EDWARD, “Equation of State Calculations by Fast Computing Machines”; The Journal of Chemical Physics, Volume 21, Number 6, 1953.

MEYER, P. L., “Introductory Probability and Statistical Applications”, Addison-Wesley Pub. Co., USA, 1970

MOLER, C., “Numerical Computing with MATLAB”. Mathworks, 2004. Disponível em: <http://www.mathworks.com/moler/chapters.html> . Acesso em 30/05/09.

NIEDERREITER, H., “Quasirandom Sampling Computer Graphics”, In Proceedings of the 3rd International Seminar on Digital Image Processing in Medicine, 1992, pp. 29-33.

NIEDERREITER, H., “Random Number Generation and Quase Monte Carlo Methods”, CBMS-NSF Regional Conference Series in Applied Mathematics, Philadelphia, Nr 63, 1992.

PALMER-JONES, R.; HOPKINS, P.; POPLER, A.; COSHAM, A., “Lessons Learnt from Fitness-for-Purpose Assessments of Defects Detected by Smart Pigs”, Onshore Pipelines Conference, Amsterdam, 2002.

PAPADRAKAKIS, M. AND PAPADOPOULOS, V.; A computationally efficient method for the limit elasto plastic analysis of space frames, Computational Mechanics, Vol. 16 (2), pp. 132-141, (1995).

PEARSON, E. S. “Some reflections on continuity in the development of mathematical statistics”, Biometrika. v. 54, n. 2, p. 341-355, 1967.

PEARSON, E. S.; KENDALL, M. G. “Studies in the History of Statistics and Probability”, London, p. 405-418, 1970.

PETRY G.; MATTEI F.; SANTOS F. P.; FRAINER V. J.; STROHAECKER T. R.; “Detecção da Propagação de Trincas em Dutos”, 17º Congresso Brasileiro de Engenharia e Ciência dos Materiais, PR, 2006

PIPEWAY..., 2009, disponível em <http://www.pipeway.com/>. Acesso em 24/04/2009.

PORTUGAL, M. S., “Notas Introdutórias Sobre o Princípio de Máxima Verossimilhança: Estimação e Teste de Hipóteses”, UFRGS, RS, 1995, texto didático, (disponível em <http://www.ufrgs.br/>).

PULIDO, J. E., JACOBS, T. L., LIMA, E. C. P., “Structural Reliability Using Monte Carlo Simulation with Variance Reduction Techniques on Elastic-Plastic Structures”, Computer and Structures, 1992, p. 419-430.

RAMIREZ M. G.; GORNI A. A.; LANDGRAF F.; OGATA, P. H.; GOLDENSTEIN H.; “Caracterização Microestrutural de um Aço API 5L-X80 através de Microdureza e Microscopia Ótica e Eletrônica”, ABM International Annual Congress, 2007, ES, 2007.

SALDANHA, S.; BUCHERIE, C., “Integrity of Non Crack Like Corroded Pipelines Submitted to Internal Pressure. A Methodology by Bureau Veritas, Based Upon Elasticplastic 3-D Finite Element Analysis”, Proc. 3<sup>rd</sup> Seminar on Pipeline – IBP09001, Rio de Janeiro, 2001.

SMITH, M. Q.; et al, “Full-Scale Wrinkling Tests and Analyses of Large Diameter Corroded Pipes”, Proc. International Pipeline Conference, ASME, v. 1, p. 543-551, 1998.

SLESAREV D., SUKHORUKOV D., “Practice of Inline Pipeline Inspection with MDSCAN Intelligent Pigs”, 17th World Conference on Nondestructive Testing, 25-28, 2008, Shanghai, China.

SOUTHWELL C. R.; BULTMAN J. D.; ALEXANDER A. L., “Corrosion of metals in tropical environments”, Final report 16-year exposures, Material Performance, 1976.

SOUZA, RICARDO D; “Avaliação Estrutural de Dutos com Defeitos de Corrosão Reais”, Dissertação de Mestrado, Pontifícia Universidade Católica, RJ, 2003.

STEPHENS, D.R.; LEIS, B.N., “Development of an Alternative Criterion for Residual Strength of Corrosion Defects in Moderate to High Toughness Pipe”, Proc. International Pipeline Conference, ASME, v.2, p. 781-792, 2000.

TANG, B, “Orthogonal Array-based Latin Hypercube”, Journal of the American Statistical Association, 88, 1993, p. 1392-1397.

TBG ..., 2009, disponível em <http://www.tbg.com.br/>. Acesso em 01/06/2009.

TECHNICAL TOOLBOXES INC. ..., 2009, disponível em <http://www.copcoltd.com/>. Acesso em 26/04/2009.

TNPETROLEO ..., 2009, disponível em <http://www.tnpetroleo.com.br/>. Acesso em 24/04/2009.

TRANSPETROSITE ..., 2009, disponível em <http://www.transpetro.com.br/>. Acesso em 24/04/2009.

VALENTINI, M. D., “Avaliação dos Métodos Semi-Empíricos para Análise dos Dutos Corroídos Subsidiados pelo Método de Elementos Finitos”, Dissertação de Mestrado, Pontifícia Universidade Católica, PR, 2006.



VAN VLACK, L. H., “Princípios de Ciência dos Materiais”, Ed. Edgard Blucher Ltda, São Paulo, 1970.

VANHAZEBROUCK, V. M., “Análise de Dutos Corroídos por Meio de Método de Confiabilidade Estrutural”, Dissertação de Mestrado, Pontifícia Universidade Católica, PR, 2008.

VOSE, D. “*Risk Analysis: a Quantitative Guide*”, Chichester, UK, John Wiley & Sons, 2000.

WANG, W.; et al, “A New Rupture Prediction Model for Corroded Pipelines under Combined Loadings”, Proc. International Pipeline Conference, ASME, v.1, p. 563-572, 1998.

WU Y.T.; RIHA, D. S. (2004), “Reliability Analysis of On-Buttom Pipeline Stability Southwest Research Institute”, San Antonio, 8th ASCE Specialty Conference on Probabilistic Mechanics and Structural Reliability, San Antonio, 2004.

## ANEXO

**Tabela A.1** – Procedimentos brasileiros para pintura de proteção à corrosão  
**Fonte:** (ABRACO..., 2009)

NBR 9209/1986	Preparação de superfícies para pintura por fosfatização.
NBR 9354/1986	Sistema de pintura anticorrosiva e resistente a altas temperaturas.
NBR 10253/1988	Preparo de superfície de aço carbono zincado para pintura.
NBR 11297/1990	Execução de pintura para estruturas de aço carbono zincado.

**Tabela A.2** – Normas brasileiras para proteção por zincagem  
**Fonte:** (ABRACO..., 2009)

NBR 6323/1990	Especificação do produto de aço ou ferro fundido revestido de zinco por imersão a quente.
NBR 7397/1990	Determinação da massa do revestimento por unidade de área de aço ou ferro fundido revestido de zinco por imersão a quente.
NBR 7398/1991	Verificação da aderência do revestimento de aço ou ferro fundido revestido de zinco por imersão a quente.
NBR 7399/1990	Verificação da espessura do revestimento por processo não destrutivo de aço ou ferro fundido revestido de zinco por imersão a quente.
NBR 7400/1990	Verificação da uniformidade do revestimento de aço ou ferro fundido revestido de zinco por imersão a quente.

**Tabela A.3** – Normas brasileiras para procedimentos de proteção por revestimento  
**Fonte:** (ABRACO..., 2009)

NBR 7824/1982	Revestimentos protetores com finalidade anticorrosiva.
NBR 7825/1983	Revestimentos protetores para acrílico termoplástico.
NBR 7826/1983	Revestimentos protetores para alquídico.
NBR 7827/1983	Revestimentos protetores para borracha clorada.
NBR 7828/1983	Revestimentos protetores para silicato de etila rico em zinco.
NBR 7829/1983	Revestimentos protetores para epóxi-alcatrão de hulha-poliâmida.
NBR 7830/1983	Revestimentos protetores para epóxi-alcatrão de hulha-poliamina.
NBR 7831/1983	Revestimentos protetores para epóxi-poliâmida.
NBR 7832/1983	Revestimentos protetores para epóxi-poliamina.
NBR 7833/1983	Revestimentos protetores para poliuretano.
NBR 7834/1983	Revestimentos protetores para silicato inorgânico alcalino rico em zinco.
NBR 7835/1983	Revestimentos protetores para vinílico.